

Приложения

Приложение I

Оценочный материал дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы «Первые шаги в электронике»

С учётом разноуровневой направленности программы создана **трехступенчатая система мониторинга**.

Данная система позволяет на первой ступени мониторинга определить с помощью критериев и параметров сформированность необходимых навыков и умений у каждого обучающегося в баллах от 1 до 5: чем ниже балл, тем меньше результативность освоения материалов программы ребенком.

Таблица включает **девять параметров** сформированности необходимых навыков и умений обучающихся:

1. Знает элементарные понятия об электрических явлениях (электричестве), электронике и электромагнетизме.
2. Знает детали электронного конструктора «Знаток» (Первые шаги в электронике) и способы их соединения.
3. Знает условные обозначения на схемах.
4. Знает правила техники безопасности.
5. Знает и выполняет требования к организации рабочего места.
6. Умеет самостоятельно конструировать по заданной схеме.
7. Умеет самостоятельно моделировать - создавать несложные модели и схемы.
8. Умеет использовать в речи техническую терминологию.
9. Умеет работать самостоятельно и в паре, сформированы навыки сотрудничества.

Критерии мониторинга:

- 1 балл – ребенок не может выполнить параметр оценки, помочь взрослого не принимает;
- 2 балла – ребенок с помощью взрослого выполняет некоторые параметры оценки;
- 3 балла – ребенок выполняет все параметры оценки, с частичной помощью взрослого;
- 4 балла – ребенок выполняет самостоятельно и с частичной помощью взрослого все параметры оценки;
- 5 баллов – ребенок выполняет все параметры оценки самостоятельно.

«Карта результативности реализации ДООП «Первые шаги в электронике» за учебный год» заполняется трижды: в начале (входная диагностика – в сентябре), в середине (промежуточная диагностика – в конце декабря) и в конце (итоговая диагностика – в конце апреля, в мае) учебного года.

Технология работы с «Картой результативности реализации ДООП «Первые шаги в электронике» за учебный год» проста и включает 2 этапа.

Этап 1. Напротив фамилии и имени каждого ребенка проставляются баллы в каждой ячейке указанного параметра, по которым затем считается итоговый показатель по каждому ребенку (среднее значение = все баллы сложить (по строке) и разделить на количество параметров, округлять до десятых долей). Этот показатель необходим для индивидуального учета промежуточных результатов освоения материалов программы.

Этап 2. Когда напротив каждого ребенка группы будут проставлены и подсчитаны индивидуальные результаты, тогда подсчитывается итоговый показатель по группе (среднее значение = все баллы сложить (по столбцу) и разделить на количество параметров, округлять до десятых долей). Этот показатель необходим для ведения обще групповых промежуточных результатов освоения материалов программы.

Интервалы полученных средних значений по уровням освоения программы:

- стартовый уровень: среднее значение менее 2,2;
- базовый уровень: среднее значение от 2,3 до 3,7;
- продвинутый уровень: среднее значение больше 3,8.

Двухступенчатая система мониторинга позволяет педагогу:

- определить на каком уровне освоения материалов программы находится каждый

обучающийся (стартовый, базовый или продвинутый);

- на основе полученных индивидуальных данных воспитанников своевременно предлагать воспитаннику задания с учетом его уровня развития, сформировать индивидуальный маршрут развития, возможность перехода на другой уровень обучения (принцип разноуровневости материалов программы);

- при необходимости дает возможность скорректировать работу с группой детей.

Помимо этого, результаты мониторинга помогают педагогу не только увидеть уровень развития предметных компетенций каждого из участников образовательного процесса, но и проследить этап (уровень) совместной деятельности каждой семьи обучающегося.

Анализ результатов, полученных в результате входной диагностики, позволяет педагогу сформировать индивидуальный маршрут развития каждой из семей, в соответствии с уровнями сложности (стартовый, базовый, продвинутый уровни) и индивидуальными и возрастными особенностями детей. Позволяет скорректировать дальнейший образовательный процесс (внести изменения в календарно- тематический план, скорректировать частоту проектных мероприятий).

Таблица «Карта результативности реализации ДООП «Первые шаги в электронике» за 2023-2024 учебный год»

Оценочный материал
дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы
«Результат»

Задание 1. Числа и вычисления в повседневной жизни.

1. Найдите значение выражения

$$\left(\frac{19}{8} + \frac{11}{12}\right) : \frac{5}{48}.$$

Решение. Приведем дроби в скобках к общему знаменателю и поделим:

$$\left(\frac{19}{8} + \frac{11}{12}\right) : \frac{5}{48} = \frac{19 \cdot 3 + 11 \cdot 2}{24} \cdot \frac{48}{5} = \frac{79}{24} \cdot \frac{48}{5} = \frac{79 \cdot 4}{2 \cdot 5} = \frac{316}{10} = 31,6.$$

Ответ: 31,6

Примечание.

Заметим, что можно было выполнять сокращение дроби не на 12, а на 24. В этом

случае получилось бы $\frac{79}{24} \cdot \frac{48}{5} = \frac{79}{1} \cdot \frac{2}{5} = \frac{158}{5}$, и пришлось бы делить 158 на 5. Рекомендуется выполнять сокращение дробей так, чтобы в знаменателе получилась степень десятки, то есть число 10, 100 или 1000. В этом случае получившуюся простую дробь будет легко перевести в десятичную.

2. Найдите значение выражения $\frac{4,8 \cdot 0,4}{0,6}$.

Решение. Умножим числитель и знаменатель на 100:

$$\frac{4,8 \cdot 0,4}{0,6} = \frac{4,8 \cdot 10 \cdot 0,4 \cdot 10}{0,6 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{48 \cdot 4}{60} = 3,2.$$

Ответ: 3,2

3. Найдите значение выражения $\frac{0,9}{1 + \frac{1}{8}}$.

Решение. Найдем значение выражения:

$$\frac{0,9}{1 + \frac{1}{8}} = \frac{\frac{9}{10}}{\frac{9}{8}} = \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} = 0,8.$$

Ответ: 0,8

4. Найдите значение выражения $\frac{3^8 \cdot 3^5}{3^9}$.

Решение. Найдем значение выражения:

$$\frac{3^8 \cdot 3^5}{3^9} = 3^{8+5-9} = 3^4 = 81.$$

Ответ: 81

Задание 2. Числовые неравенства и координатная прямая.

1. На координатной прямой изображены числа a и c . Какое из следующих неравенств неверно?



1) $a - 1 > c - 1$

2) $-a < -c$

3) $\frac{a}{6} < \frac{c}{6}$

4) $a + 3 > c + 1$

Решение. Заметим, что $a > c$. Проверим все варианты ответа:

1) $a - 1 > c - 1 \Leftrightarrow a > c - 1 + 1 \Leftrightarrow a > c$ — верно,

2) $-a < -c \Leftrightarrow a > c$ — верно,

3) $\frac{a}{6} < \frac{c}{6} \Leftrightarrow a < 6 \cdot \frac{c}{6} \Leftrightarrow a < c$ — неверно,

4) $a + 3 > c + 1 \Leftrightarrow a > c + 1 - 3 \Leftrightarrow a > c - 2$ — верно.

Ответ: 3

2. Известно, что $0 < a < 1$. Выберите наименьшее из чисел.

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) a^2

2) a^3

3) $-a$

4) $\frac{1}{a}$

Решение. Приведем решение данной задачи с помощью числового моделирования. По условию a положительно и находится в интервале от 0 до 1, пусть $a = 0,5$. Тогда

$$\frac{1}{a} = 2,$$

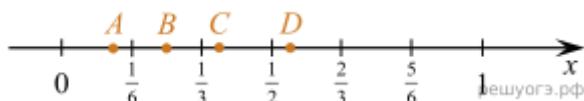
$a^2 = 0,25$, $a^3 = 0,125$, $a - a = -0,5$. Наименьшим из этих чисел является $-a = -0,5$. Правильный ответ указан под номером 3.

Заметим, что в условии указано, что положительным является число a , тогда число $-a$ будет отрицательным.

Ответ: 3

3

3. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\frac{3}{8}$. Какая это точка?



В ответе укажите номер правильного варианта.

1) A

2) B

3) C

4) D

Решение. Приведем все дроби к одному знаменателю. Получим:

$$0 < A < \frac{4}{24} < B < \frac{8}{24} < C < \frac{12}{24} < D < \frac{16}{24}.$$

Поскольку $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$, точка C соответствует числу $\frac{3}{8}$.

Ответ: 3

4. Какому промежутку принадлежит число $\sqrt{53}$?

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) [4; 5]

2) [5; 6]

3) [6; 7]

4) [7; 8]

Решение. Возведем в квадрат числа 4, 5, 6, 7, 8:

$$\sqrt{53}^2 = 53, \quad 4^2 = 16, \quad 5^2 = 25, \quad 6^2 = 36, \quad 7^2 = 49, \quad 8^2 = 64.$$

Число 53 лежит между числами 49 и 64, поэтому $\sqrt{53}$ принадлежит промежутку [7; 8].

Ответ: 4

Задание 3. Числа, вычисления и алгебраические выражения.

Упростите выражение $(2 - c)^2 - c(c + 4)$, найдите его значение при $c = 0,5$. В ответ запишите полученное число.

Решение. Упростим выражение:

$$(2 - c)^2 - c(c + 4) = 4 - 4c + c^2 - c^2 - 4c = -8c + 4.$$

Найдем значение полученного выражения при $c = 0,5$:

$$-8 \cdot 0,5 + 4 = -4 + 4 = 0.$$

Ответ: 0

Задание 4. Уравнения.

1. Решите уравнение $2 - 3(2x + 2) = 5 - 4x$.

Решение. Последовательно получаем:

$$2 - 3(2x + 2) = 5 - 4x \Leftrightarrow 2 - 6x - 6 = 5 - 4x \Leftrightarrow x = -4,5.$$

Ответ: -4,5

$$\frac{5x + 4}{2} + 3 = \frac{9x}{4}.$$

2. Решите уравнение

$$\frac{5x + 4}{2} + 3 = \frac{9x}{4}.$$

Решение. Умножим левую и правую часть уравнения на 4, получаем:

$$10x + 8 + 12 = 9x \Leftrightarrow x = -20.$$

Ответ: -20

3. Решите уравнение $3x + 5 + (x + 5) = (1 - x) + 4$.

Решение. Последовательно получаем:

$$3x + 5 + (x + 5) = (1 - x) + 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x + x + x = 1 + 4 - 5 - 5 \Leftrightarrow 5x = -5 \Leftrightarrow x = -1.$$

Ответ: -1

Задание 5. Статистика и классические вероятности.

1. Миша с папой решили покататься на колесе обозрения. Всего на колесе двадцать четыре кабинки, из них 5 — синие, 7 — зеленые, остальные — красные. Кабинки по очереди подходят к платформе для посадки. Найдите вероятность того, что Миша прокатится в красной кабинке.

Решение. Вероятность того, что подойдет красная кабинка равна отношению количества красных кабинок к общему количеству кабинок на колесе обозрения. Всего

красных кабинок: $24 - 5 - 7 = 12$. Поэтому искомая вероятность $\frac{12}{24} = 0,5$.

Ответ: 0,5

2. У бабушки 20 чашек: 5 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Решение. Вероятность того, что чай нальют в чашку с синими цветами равна отношению количества чашек с синими цветами к общему количеству чашек. Всего чашек

с синими цветами: $20 - 5 = 15$. Поэтому искомая вероятность $\frac{15}{20} = 0,75$.

Ответ: 0,75

3. Родительский комитет закупил 25 пазлов для подарков детям на окончание года, из них 15 с машинами и 10 с видами городов. Подарки распределяются случайнным образом. Найдите вероятность того, что Толе достанется пазл с машиной.

Решение. Вероятность получить пазл с машиной равна отношению числа пазлов с машиной к общему числу закупленных пазлов, то есть $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$.

Ответ: 0,6

4. В среднем из каждого из 80 поступивших в продажу аккумуляторов 76 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.

Решение. Из каждого из 80 аккумуляторов в среднем будет $80 - 76 = 4$ незаряженных. Таким образом, вероятность купить незаряженный аккумулятор равна доле числа незаряженных аккумуляторов из каждого из 80 купленных, то есть $\frac{4}{80} = \frac{1}{20}$.

Ответ: 0,05

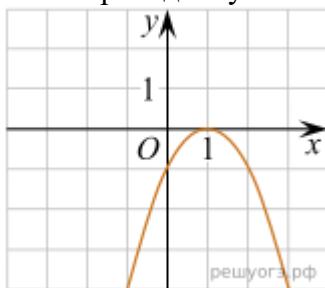
5. Для экзамена подготовили билеты с номерами от 1 до 50. Какова вероятность того, что наугад взятый учеником билет имеет однозначный номер?

Решение. Всего было подготовлено 50 билетов. Среди них 9 были однозначными, это билеты с номерами от 1 до 9. Таким образом, вероятность того, что наугад взятый учеником билет имеет однозначный номер равна $\frac{9}{50} = 0,18$.

Ответ: 0,18

Задание 6. Графики функций.

На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения выполняются. Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.



| УТВЕРЖДЕНИЯ | ПРОМЕЖУТКИ |
|-------------------------------------|--|
| А) функция возрастает на промежутке | 1) $[1; 2]$ 2) $[0; 2]$ 3) $[-1; 0]$ 4) $[-2; 3]$ |
| Б) функция убывает на промежутке | |

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

| | |
|---|---|
| A | B |
| | |

Решение. Функция возрастает на промежутке $(-\infty; 1]$ и убывает на промежутке $[1; +\infty)$. Следовательно, из данных промежутках функция возрастает на третьем промежутке и убывает на первом.

Ответ: 31

Задание 7. Расчеты по формулам.

1. Расстояние s (в метрах) до места удара молнии можно приближенно вычислить по формуле $s = 330t$, где t — количество секунд, прошедших между вспышкой

молнии и ударом грома. Определите, на каком расстоянии от места удара молнии находится наблюдатель, если $t = 10$ с. Ответ дайте в километрах, округлив его до целых.

Решение. Найдем расстояние, на котором находится наблюдатель от места удара молнии:

$$s = 330 \cdot 10 = 3300 \text{ м} = 3,3 \text{ км} \approx 3 \text{ км.}$$

Ответ: 3

2. Площадь трапеции S ($\text{в } \text{м}^2$) можно вычислить по формуле $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, где a, b — основания трапеции, h — высота (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите высоту h , если основания трапеции равны 5 м и 7 м, а ее площадь 24 м^2 .

Решение. Подставим в формулу известные значения величин:

$$\frac{5+7}{2}h = 24 \Leftrightarrow 6h = 24 \Leftrightarrow h = 4 \text{ м.}$$

Ответ: 4

3. Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Решение. Подставим в формулу значение T :
 $2\sqrt{l} = 3 \Leftrightarrow 4l = 9 \Leftrightarrow l = 2,25 \text{ м.}$

Ответ: 2,25

Задание 8. Неравенства и системы неравенств.

1. Решите неравенство $9x - 4(2x + 1) > -8$.

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $(-4; +\infty)$
- 2) $(-12; +\infty)$
- 3) $(-\infty; -4)$
- 4) $(-\infty; -12)$

Решение. Последовательно получаем:

$$9x - 4(2x + 1) > -8 \Leftrightarrow 9x - 8x - 4 > -8 \Leftrightarrow x > -4.$$

Ответ: 1

2. Найдите наибольшее значение x , удовлетворяющее системе неравенств

$$\begin{cases} 2x + 12 \geqslant 0, \\ x + 5 \leqslant 2. \end{cases}$$

Решение. Решим систему:

$$\begin{cases} 2x + 12 \geqslant 0, \\ x + 5 \leqslant 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geqslant -6, \\ x \leqslant -3 \end{cases} \Leftrightarrow -6 \leqslant x \leqslant -3.$$

Искомое наибольшее решение равно -3 .

Ответ: -3

Задание 9. Задачи на прогрессии. Арифметический способ.

1. В первом ряду кинозала 24 места, а в каждом следующем на 2 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду?

Решение. Число мест в ряду представляет собой последовательность чисел, которые легко перечислить: 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38 ... Таким образом, мы видим, что в 8 ряду соответственно 38 мест.

Ответ: 38

2. Альпинисты в первый день восхождения поднялись на высоту 1400 м, а затем каждый следующий день поднимались на высоту на 100 м меньше, чем в предыдущий. За сколько дней они покорили высоту 5000 м?

Решение. Последовательность пройденных расстояний представляет собой последовательность чисел: 1400, 1300, 1200, 1100. Заметим, что сумма этих чисел равна 5000. Это значит, что для покорения высоты в 5000 метров достаточно 4 дня.

Ответ: 4

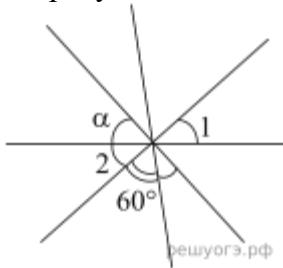
3. Каждый день больной заражает четырех человек, каждый из которых, начиная со следующего дня, каждый день также заражает новых четырех и так далее. Болезнь длится 14 дней. В первый день месяца в город N приехал заболевший гражданин K, и в это же день он заразил четырех человек. В какой день станет 3125 заболевших? (В ответе укажите только число.)

Решение. Решение записывается в виде графа.

Ответ: 5.

Задание 10. Треугольники и четырёхугольники.

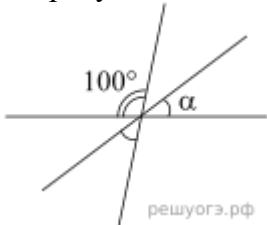
1. Углы, отмеченные на рисунке одной дугой, равны. Найдите угол α . Ответ дайте в градусах.



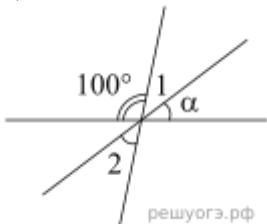
Решение. Углы 1 и 2 равны как вертикальные, поэтому $60^\circ + 3\alpha = 180^\circ \Leftrightarrow \alpha = 40^\circ$.

Ответ: 40

2. Углы, отмеченные на рисунке одной дугой, равны. Найдите угол α . Ответ дайте в градусах.



Решение. Углы 1 и 2 равны как вертикальные, поэтому $100^\circ + 2\alpha = 180^\circ \Leftrightarrow \alpha = 40^\circ$.



Ответ: 40

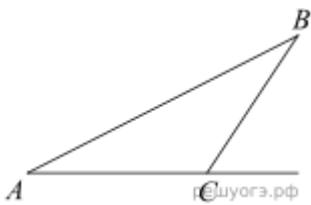
3. В треугольнике ABC известно, что $AC = 54$, BM — медиана, $BM = 43$. Найдите AM .

$$AM = \frac{AC}{2} = \frac{54}{2} = 27$$

Решение. Так как BM — медиана, следовательно,

Ответ: 27

4. В треугольнике ABC угол C равен 133° . Найдите внешний угол при вершине C . Ответ дайте в градусах.



Решение. Внешний угол треугольника является смежным с $\angle C$, а значит, $\angle C_{\text{внешн}} = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 133^\circ = 47^\circ$.

Ответ: 47

5. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 123° . Найдите величину угла ABC . Ответ дайте в градусах.

Решение. Углы ACB и BAC равны, т. к. находятся при основании равнобедренного треугольника; пусть один из них равен x . Поскольку сумма углов треугольника равна 180° , имеем: $\angle ABC = 180^\circ - x - x$. Угол ACB смежен с углом 123° , значит, равен $180^\circ - 123^\circ = 57^\circ$. Следовательно, $x = 57^\circ$, откуда $\angle ABC = 180^\circ - 2 \cdot 57^\circ = 66^\circ$.

Ответ: 66

6. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 23° . Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.

Решение. Сумма углов в треугольнике равна 180° . Таким образом, искомый угол равен $180^\circ - 90^\circ - 23^\circ = 67^\circ$

Ответ: 67

Задание 11. Площади фигур

1. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.

Решение. Пусть R и D соответственно радиус и диаметр окружности, a — сторона квадрата. Сторона квадрата равна диаметру вписанной окружности. Найдем площадь квадрата:

$$S = D^2 = (2R)^2 = (2 \cdot 7)^2 = 196.$$

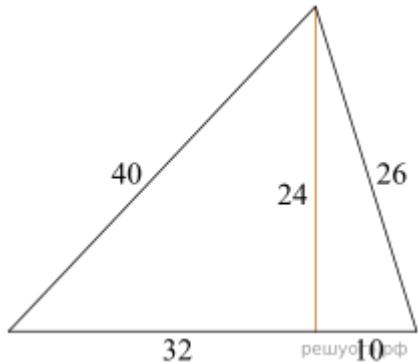
Ответ: 196

2. В прямоугольнике одна сторона равна 10, другая сторона равна 12. Найдите площадь прямоугольника.

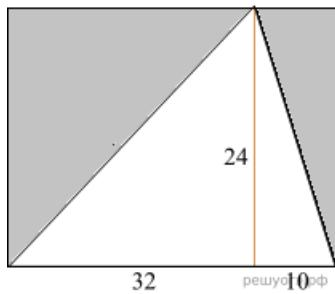
Решение. Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон, поэтому она равна 120.

Ответ: 120.

3. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



Решение. Будем находить площадь данного треугольника, достроив до прямоугольника, как показано на рисунке.

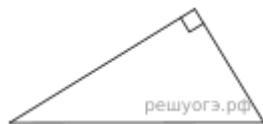


Тогда его площадь можно найти как сумму площадей прямоугольников, деленную на 2:

$$S = (32 \cdot 24 + 10 \cdot 24) / 2 = 504$$

Ответ: 504

4. Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 9. Найдите площадь этого треугольника.



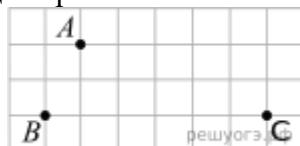
Решение. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов. Таким образом,

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 9 = 18$$

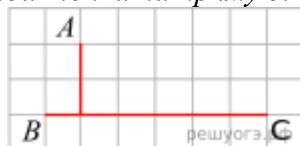
Ответ: 18

Задание 12. Фигуры на квадратной решётке

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1см x 1см отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до прямой BC. Ответ выразите в сантиметрах.



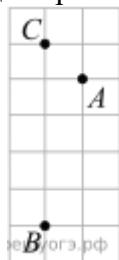
Решение. Расстояние от точки до прямой равно длине перпендикуляра, опущенного из этой точки на прямую.



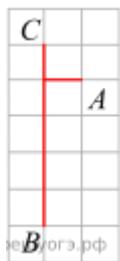
По рисунку определяем это расстояние, оно равно двум клеткам, или 2 см.

Ответ: 2

2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1см x 1см отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до прямой BC. Ответ выразите в сантиметрах.



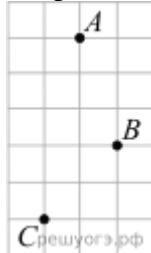
Решение. Расстояние от точки до прямой равно перпендикуляру, опущенному из этой точки на прямую.



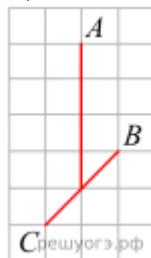
По рисунку определяем это расстояние, оно равно одной стороне клетки, или 1 см.

Ответ: 1

3. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ выразите в сантиметрах.

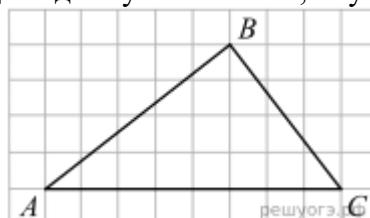


Решение. Расстояние от точки A до середины отрезка BC равно четырем сторонам клетки, или 4 см.

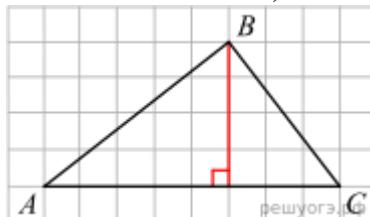


Ответ: 4

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен треугольник ABC . Найдите длину его высоты, опущенной из точки B на сторону AC .

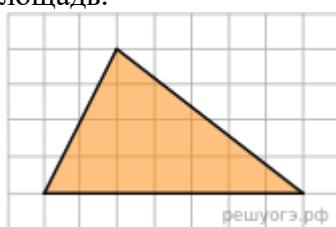


Решение. Заметим, что высота, опущенная из точки B на сторону AC равна 4.

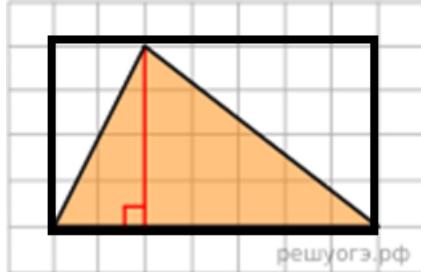


Ответ: 4

5. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен треугольник. Найдите его площадь.



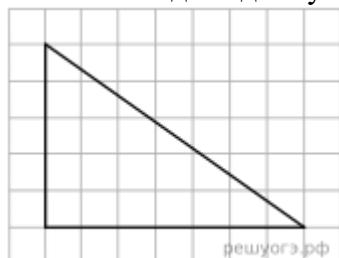
Решение. Площадь треугольника будем находить как половину площади прямоугольника.



$$S = 2*4/2 + 5*4/2 = 14.$$

Ответ: 14

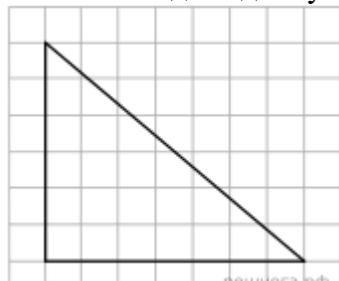
6. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



Решение. Из рисунка видно, что длина наибольшего катета равна 7.

Ответ: 7

7. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.

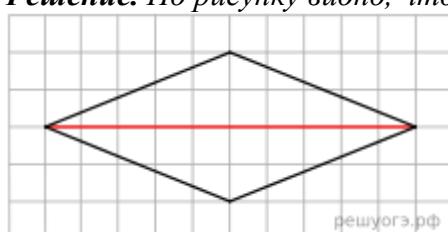


Решение. Из рисунка видно, что длина большего катета равна 7.

Ответ: 7

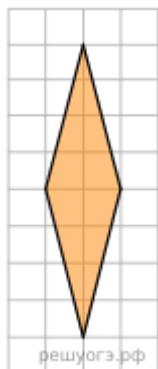
8. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен ромб. Найдите длину его большей диагонали.

Решение. По рисунку видно, что длина большей диагонали равна 10.

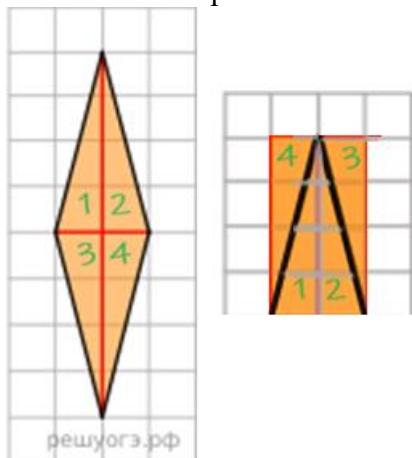


Ответ: 10

9. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен ромб. Найдите площадь этого ромба.

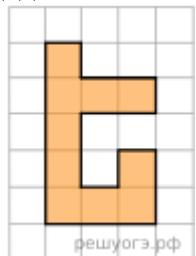


Решение. Площадь ромба равна половине площади прямоугольника, который можно выложить из частей ромба. $S = 2 * 4 = 8$.



Ответ: 8.

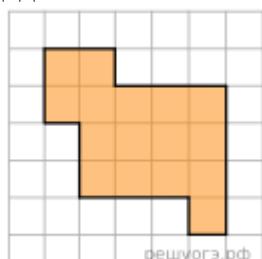
- 10.** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите ее площадь.



Решение. Посчитаем количество клеток внутри закрашенной области: их 10.

Ответ: 10

- 11.** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите ее площадь.



Решение. Посчитаем количество клеток внутри закрашенной области: их 16.

Ответ: 16

Оценочный материал
дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы
«Результат 2.0»
1 год обучения

Задание 1. Числа, вычисления, алгебраические выражения.

1. Упростите выражение $(2 - c)^2 - c(c - 4)$, найдите его значение при $c = 0,5$. В ответ запишите полученное число.

Решение. Для начала преобразуем данное выражение, воспользовавшись формулой сокращенного умножения квадрата разности ($(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$), а также правилами раскрытия скобок при умножении одночлена на двучлен. Получим: $2^2 - 2 * 2 * c + c^2 - c^2 - 4 * c$. Приведем подобные: $4 - 4c + c^2 - c^2 + 4c = 4$. В данном примере не понадобилось значение неизвестного $c=0,5$.

Ответ: 4

2. Найдите значение выражения $(2x + 3y)^2 - 3x\left(\frac{4}{3}x + 4y\right)$, при $x = -1,038$, $y = \sqrt{3}$.

Решение. Для начала преобразуем данное выражение, воспользовавшись формулой сокращенного умножения квадрата суммы ($(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$), а также правилами раскрытия скобок при умножении одночлена на двучлен. Получим: $(2x)^2 + 2 * 2x * 3y + (3y)^2 - 3x * \frac{4}{3}x - 3x * 4y$. Приведем подобные: $4x^2 + 12xy + 9y^2 - 4x^2 - 12xy = 9y^2$. Подставим значение $y = \sqrt{3}$ в получившееся выражение: $9 * \sqrt{3}^2 = 9 * 3 = 27$.

Ответ: 27

3. Упростите выражение $\frac{9b}{a-b} \cdot \frac{a^2-ab}{54b}$ и найдите его значение при $a = -63$, $b = 9,6$. В ответе запишите найденное значение.

Решение. Для начала преобразуем числитель второй дроби, воспользовавшись способом вынесения общего множителя за скобки: $\frac{9b}{a-b} \cdot \frac{a(a-b)}{54b}$.

Теперь сократим возможные множители и выполним умножение дробей: $\frac{1}{1} \cdot \frac{a}{6} = \frac{a}{6}$.

Подставим значение $a = -63$ в получившееся выражение: $\frac{-63}{6} = -10,5$.

Ответ: -10,5

$$\frac{a^2 + 4a}{a^2 + 8a + 16}$$

4. Упростите выражение $\frac{a^2 + 4a}{a^2 + 8a + 16}$ и найдите его значение при $a = -2$. В ответ запишите полученное число.

$$\frac{a^2 + 4a}{a^2 + 8a + 16} = \frac{a(a+4)}{(a+4)^2} = \frac{a}{a+4}.$$

Решение. Упростим выражение:

При $a = -2$, значение полученного выражения равно $-2:2 = -1$.

Ответ: -1

$$\frac{2c - 4}{cd - 2d}$$

5. Упростите выражение $\frac{2c - 4}{cd - 2d}$ и найдите его значение при $c = 0,5$; $d = 5$. В ответ запишите полученное число.

$$\frac{2c - 4}{cd - 2d} = \frac{2(c - 2)}{d(c - 2)} = \frac{2}{d}.$$

Решение. Упростим выражение:

При $c = 0,5$; $d = 5$, значение выражения равно $2:5 = 0,4$.

Ответ: 0,4.

$$\frac{x^2 - 4}{4x^2} \cdot \frac{2x}{x + 2}$$

6. Упростите выражение $\frac{x^2 - 4}{4x^2} \cdot \frac{2x}{x + 2}$ и найдите его значение при $x = 4$. В ответ запишите полученное число.

Решение. Упростим выражение:

$$\frac{x^2 - 4}{4x^2} \cdot \frac{2x}{x+2} = \frac{(x+2)(x-2)}{4x^2} \cdot \frac{2x}{x+2} = \frac{x-2}{2x}.$$

При $x = 4$, значение полученного выражения равно 0,25.

Ответ: 0,25

7. Найдите значение выражения $5\sqrt{11} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{22}$.

Решение. Упростим выражение, разложив подкоренные выражения на множители и вынесем за знак корня полные квадраты чисел:

$$5\sqrt{11} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{22} = 5 \cdot \sqrt{11} \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 \cdot 11} = \\ = 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{11} = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 = 220.$$

Ответ: 220

8. Найдите значение выражения $a^{12} \cdot (a^{-4})^4$ при $a = -\frac{1}{2}$.

Решение. Упростим выражение:

$$a^{12} \cdot (a^{-4})^4 = a^{12} \cdot (a^{-16}) = a^{-4}.$$

$$\text{При } a = -\frac{1}{2},$$

значение полученного выражения равно 16.

Ответ: 16

9. Упростите выражение $\frac{a^{-11} \cdot a^4}{a^{-3}}$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{2}$. В ответе запишите полученное число.

Решение. Упростим выражение:

$$\frac{a^{-11} \cdot a^4}{a^{-3}} = \frac{a^{-7}}{a^{-3}} = a^{-4}$$

$$\text{При } a = -\frac{1}{2},$$

значение полученного выражения равно 16.

Ответ: 16

Задание 2. Уравнения, системы уравнений.

1. Решите уравнение $2 - 3(2x + 2) = 5 - 4x$.

Решение. Последовательно получаем:

$$2 - 3(2x + 2) = 5 - 4x \Leftrightarrow 2 - 6x - 6 = 5 - 4x \Leftrightarrow x = -4,5.$$

Ответ: -4,5

2. Найдите корни уравнения $2x^2 - 10x = 0$.

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение. Последовательно получаем:

$$2x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow x(2x - 10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ 2x - 10 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = 5. \end{cases}$$

Ответ: 05

3. Решите уравнение $\frac{9}{x-2} = \frac{9}{2}$.

Решение. Используем свойство пропорции:

$$\begin{cases} \frac{9}{x-2} = \frac{9}{2}, \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 18 = 9x - 18, \\ x \neq 2. \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Ответ: 4

4. Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x - 2y = 2, \\ 2x + y = 5. \end{cases}$ В ответ запишите $x + y$.

Решение. Разделим обе части первого уравнения на 2 и решим систему методом подстановки:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 2, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 1, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 2x + 2x - 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 4x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2, \\ x = 1,5. \end{cases}$$

Искомая сумма равна 3,5.

Ответ: 3,5

Примечание.

Систему можно было бы решить методом алгебраического сложения:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 2, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 12, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5, \\ 3 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5, \\ y = 2. \end{cases}$$

Задание 3. Статистика и вероятности.

1. На экзамене 25 билетов, Сергей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный билет.

Решение. Сергей выучил $25 - 3 = 22$ вопроса. Поэтому вероятность того, что ему попадется выученный билет равна $\frac{22}{25} = 0,88$.

Ответ: 0,88

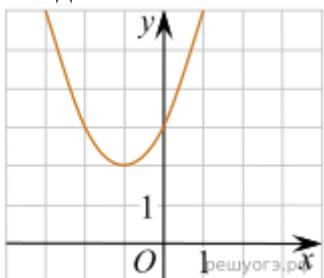
2. Фирма «Вспышка» изготавливает фонарики. Вероятность того, что случайно выбранный фонарик из партии бракованный, равна 0,02. Какова вероятность того, что два случайно выбранных из одной партии фонарика окажутся не бракованными?

Решение. Вероятность того, что один случайно выбранный из партии фонарик — не бракованный, составляет $1 - 0,02 = 0,98$. Вероятность того, что мы выберем одновременно два не бракованных фонарика равна $0,98 \cdot 0,98 = 0,9604$.

Ответ: 0,9604

Задание 4. Графики функций.

1. Найдите значение b по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенному на рисунке.



| | | | |
|--------|------|------|------|
| 1) - 2 | 2) 1 | 3) 2 | 4) 3 |
|--------|------|------|------|

$$-\frac{b}{2a} = -1,$$

Решение. Абсцисса вершины параболы равна -1 , поэтому откуда $b = 2a$. Парабола пересекает ось ординат в точке с ординатой 3 , поэтому $c = 3$. Тем самым, уравнение параболы принимает вид $y = ax^2 + 2ax + 3$. Поскольку парабола проходит через точку $(-1; 2)$, имеем:

$$2 = a \cdot (-1)^2 + 2a \cdot (-1) + 3 \Leftrightarrow 2 = -a + 3 \Leftrightarrow a = 1.$$

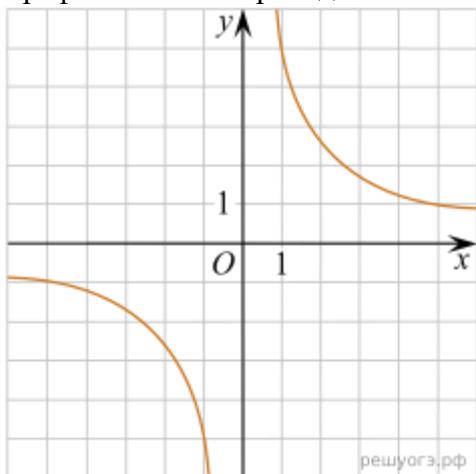
Таким образом,

$$b = 2a = 2 \cdot 1 = 2.$$

Верный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

2. График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?



- | | | | |
|-----------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|
| 1) $y = -\frac{5}{x}$ | 2) $y = -\frac{1}{5x}$ | 3) $y = \frac{5}{x}$ | 4) $y = \frac{1}{5x}$ |
|-----------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|

Решение. Изображенная на рисунке гипербола расположена в первой и третьей четвертях, следовательно, данному графику могут соответствовать функции $y = \frac{5}{x}$ или $y = \frac{1}{5x}$. При $x = 1$ ордината функции на графике равна 5, следовательно, это график функции $y = \frac{5}{x}$.

Ответ: 3

Задание 5. Расчеты по формулам.

1. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100 \cdot n$, где n — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец.

Решение. Подставим в формулу значение переменной n :

$$C = 6000 + 4100 \cdot 5 = 26500.$$

Ответ: 26 500

2. Площадь ромба S ($\text{в } \text{м}^2$) можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}d_1d_2$, где d_1 , d_2 — диагонали ромба (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите диагональ d_1 , если диагональ d_2 равна 30 м, а площадь ромба 120 м^2 .

Решение. Подставим в формулу известные величины:

$$120 = \frac{1}{2}d_1 \cdot 30 \Leftrightarrow 15d_1 = 120 \Leftrightarrow d_1 = 8 \text{ м.}$$

Ответ: 8

3. Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Решение. Подставим в формулу значение T : $2\sqrt{l} = 3 \Leftrightarrow 4l = 9 \Leftrightarrow l = 2,25 \text{ м.}$

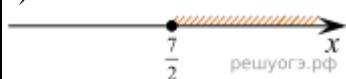
Ответ: 2,25.

Задание 6. Неравенства и системы неравенств.

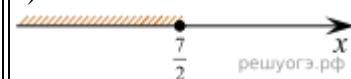
1. Решите неравенство $4x + 5 \geqslant 6x - 2$ и определите, на каком рисунке изображено множество его решений.

В ответе укажите номер правильного варианта.

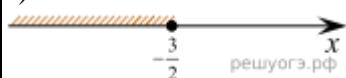
1)



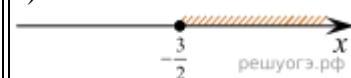
2)



3)



4)



Решение. Решим неравенство:

$$4x + 5 \geqslant 6x - 2 \Leftrightarrow -2x \geqslant -7 \Leftrightarrow x \leqslant 3,5.$$

Решение неравенства изображено на рис. 2.

Ответ: 2

2. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 - 4x + 3 \geqslant 0$?

В ответе укажите номер правильного варианта.

1)



2)



3)



4)



Решение. Решим неравенство: $x^2 - 4x + 3 \geqslant 0$. Корнями уравнения $x^2 - 4x + 3 = 0$ являются числа 1 и 3. Поэтому

$$x^2 - 4x + 3 \geqslant 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) \geqslant 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geqslant 3, \\ x \leqslant 1. \end{cases}$$

Множество решений неравенства изображено на рис. 1.

Ответ: 1

$$\frac{x - 2}{3 - x} \geqslant 0$$

3. Решите неравенство: $\frac{x - 2}{3 - x} \geqslant 0$

На каком из рисунков изображено множество его решений?

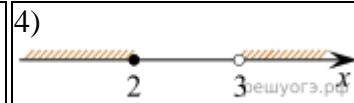
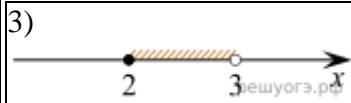
В ответе укажите номер правильного варианта.

1)



2)





Решение. Решим неравенство методом интервалов:

$$\frac{x-2}{3-x} \geq 0.$$



Получаем $x \in [2; 3).$

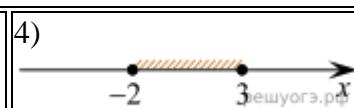
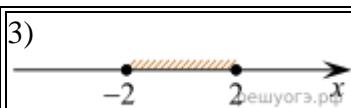
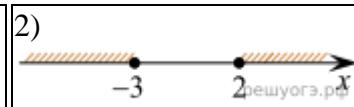
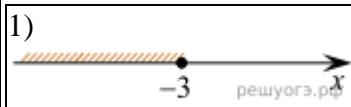
Ответ: 3

$$\begin{cases} x^2 \leq 4, \\ x+3 \geq 0. \end{cases}$$

4. Решите систему неравенств

На каком из рисунков изображено множество ее решений?

В ответе укажите номер правильного варианта.



Решение. Решим систему:

$$\begin{cases} x^2 \leq 4, \\ x+3 \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2, \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$$

Ответ: 3

Задание 7. Задачи на прогрессии.

1. Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

Решение. Пусть бригада в первый день покрасила a_1 метров забора, во второй — a_2, \dots , в последний — a_n метров забора. Тогда $a_1 + a_n = 60$, а за n дней было покрашено

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = 30n$$

метров забора.

Поскольку всего было покрашено 240 метров забора, имеем: $30n = 240 \Leftrightarrow n = 8$. Таким образом, бригада красила забор в течение 8 дней.

Ответ: 8

2. Бактерия, попав в живой организм, к концу 20-й минуты делится на две бактерии, каждая из них к концу следующих 20 минут делится опять на две и т. д. Сколько бактерий окажется в организме через 4 часа, если по истечении четвертого часа в организм из окружающей среды попала еще одна бактерия?

Решение. В четырех часах двенадцать 20-минутных интервалов, следовательно, произойдет 12 циклов деления бактерий. Количество бактерий составляет геометрическую прогрессию с первым членом 1 и знаменателем 2, поэтому через 12 циклов деления количество бактерий составит

$$b_{13} = b_1 \cdot q^{12} = 1 \cdot 2^{12} = 4096.$$

После того, как в организм попадет еще одна бактерия, их количество составит $4096 + 1 = 4097$.

Ответ: 4097

3. В амфитеатре 10 рядов. В первом ряду 25 мест, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест восьмом ряду амфитеатра?

Решение. Число мест в ряду представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом $a_1 = 25$ и разностью $d = 3$. Член арифметической прогрессии с номером k может быть найден по формуле

$$a_k = a_1 + (k - 1) \cdot d.$$

Необходимо найти a_8 , имеем:

$$a_8 = a_1 + (8 - 1) \cdot d = 25 + 7 \cdot 3 = 46.$$

Ответ: 46

Задание 8. Треугольники, четырёхугольники, многоугольники и их элементы.

1. Биссектрисы углов N и M треугольника MNP пересекаются в точке A . Найдите $\angle NAM$, если $\angle N = 84^\circ$, а $\angle M = 42^\circ$.

$$\angle MNA = \frac{84}{2} = 42^\circ \quad \text{и} \quad \angle NMA = \frac{42}{2} = 21^\circ.$$

Решение. По определению биссектрисы

треугольнике NAM :

$$\angle NAM = 180^\circ - 42^\circ - 21^\circ = 117^\circ.$$

Ответ: 117

2. В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH . Известно, что $AC = 84$ и $BC = BM$. Найдите AH .

$$AM = MC = \frac{AC}{2} = \frac{84}{2} = 42.$$

Решение. Поскольку BM — медиана,

Рассмотрим

треугольник BMC , $BC = BM$, следовательно, треугольник BMC — равнобедренный,

$$MH = HC = \frac{MC}{2} = \frac{42}{2} = 21.$$

BH — высота, следовательно, BH — медиана, откуда

Найдем AH : $AH = AM + MH = 42 + 21 = 63$.

Ответ: 63

3. В равнобедренном треугольнике ABC $AC = BC$. Найдите AC , если высота $CH = 12$, $AB = 10$.

Решение. В равнобедренном треугольнике высота, опущенная на основание делит основание пополам, то есть CH делит AB пополам. Тогда получаем прямоугольный

$$HA = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5,$$

треугольник ACH с двумя известными катетами $CH = 12$ и

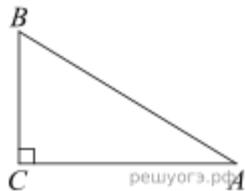
гипотенузой которого является искомая AC . По теореме Пифагора найдем

$$AC = \sqrt{CH^2 + HA^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13.$$

Ответ: 13

$$AC = 15, \cos A = \frac{5}{7}.$$

4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , Найдите AB .



$$\cos A = \frac{AC}{AB}.$$

Решение. Так как треугольник ABC — прямоугольный, то Имеем:

$$\frac{5}{7} = \frac{15}{AB} \Leftrightarrow AB = 21.$$

Ответ: 21

5. Разность углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 40° . Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

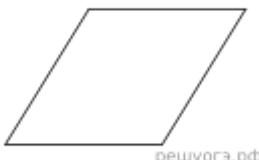
Решение. Пусть меньший угол равен x , тогда больший угол равен $x + 40^\circ$.

Поскольку сумма односторонних углов равна 180° , имеем:
 $x + x + 40^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow 2x = 140^\circ \Leftrightarrow x = 70^\circ$.

Таким образом, наименьший угол параллелограмма равен 70° .

Ответ: 70

6. Площадь ромба равна 27, а периметр равен 36. Найдите высоту ромба.



решуогз.рф

Решение. Пусть a сторона ромба, h — его высота. Все стороны ромба равны, поэтому

$$a = \frac{P}{4} = \frac{36}{4} = 9.$$

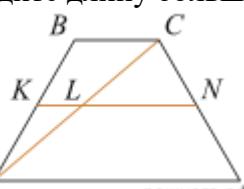
Площадь ромба можно найти как произведение стороны на высоту:

$$S = ah \Leftrightarrow h = \frac{S}{a},$$

$$h = \frac{27}{9} = 3.$$

Ответ: 3

7. Основания трапеции равны 4 см и 10 см. Диагональ трапеции делит среднюю линию на два отрезка. Найдите длину большего из них.

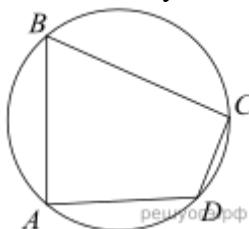


Решение. Так как KN — средняя линия трапеции, то KL и LN средние линии треугольников ABC и CAD соответственно.

$$KL = \frac{BC}{2} = 2 \text{ см}, LN = \frac{AD}{2} = 5 \text{ см}.$$

Ответ: 5

8. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 82° и 58° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



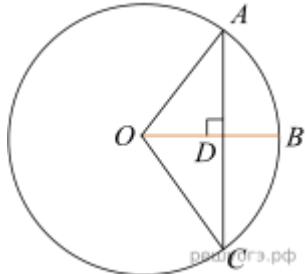
Решение. Сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна 180° , поэтому в условии говорится об односторонних углах. Пусть $\angle A = 82^\circ$, $\angle B = 58^\circ$. Тогда $\angle C = 98^\circ$, $\angle D = 122^\circ$.

Таким образом, искомый угол равен 122° .

Ответ: 122

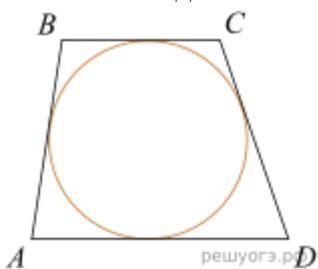
Задание 9. Окружность, круг и их элементы.

- Найдите $\angle DEF$, если градусные меры дуг DE и EF равны 150° и 68° соответственно.
Решение. Дуга FD , не содержащая точку E , равна $360^\circ - 150^\circ - 68^\circ = 142^\circ$, поэтому $\angle DEF = 71^\circ$.
Ответ: 71
- Радиус OB окружности с центром в точке O пересекает хорду AC в точке D и перпендикулярен ей. Найдите длину хорды AC , если $BD = 1$ см, а радиус окружности равен 5 см.



Решение. Найдем отрезок DO : $DO = OB - BD = 5 - 1 = 4$. Так как OB перпендикулярен AC , треугольник AOD — прямоугольный. По теореме Пифагора имеем: $AD = \sqrt{AO^2 - OD^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$. Треугольник AOC — равнобедренный так как $AO = OC = r$, тогда $AD = DC$. Таким образом, $AC = AD \cdot 2 = 6$.

- Ответ:** 6
- Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC описана около окружности, $AB = 11$, $BC = 6$, $CD = 9$. Найдите AD .



Решение. В описанном четырехугольнике суммы длин противоположных сторон равны. Имеем:

$$AB + CD = AD + BC \Leftrightarrow 11 + 9 = AD + 6 \Leftrightarrow AD = 14.$$

Ответ: 14

Задание 10. Площади фигур.

- Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 83.

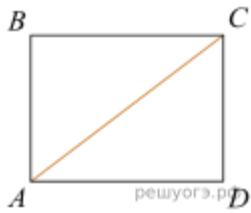


Решение. Пусть R и D соответственно радиус и диаметр окружности, а — сторона квадрата. Сторона квадрата равна диаметру вписанной окружности. Найдем площадь квадрата:

$$S = a^2 = D^2 = (2R)^2 = (2 \cdot 83)^2 = 27\ 556.$$

Ответ: 27 556

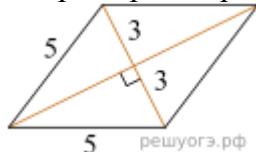
- В прямоугольнике диагональ равна 10, угол между ней и одной из сторон равен 30° , длина этой стороны $5\sqrt{3}$. Найдите площадь прямоугольника, деленную на $\sqrt{3}$.



Решение. Диагональ прямоугольника делит его на два прямоугольных треугольника. Катет, лежащий напротив угла в 30° , равен половине гипотенузы, поэтому $CD = 5$. Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон:
 $S = 5\sqrt{3} \cdot 5 = 25\sqrt{3}$.

Ответ: 25

3. Сторона ромба равна 5, а диагональ равна 6. Найдите площадь ромба.

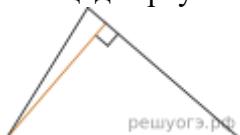


Решение. Диagonали ромба пересекаются под углом 90° и точкой пересечения делятся пополам. Из прямоугольного треугольника, катетами которого являются половины диагоналей ромба, а гипотенузой — сторона ромба, по теореме Пифагора найдем половину неизвестной диагонали: $\sqrt{25 - 9} = 4$. Тогда вся неизвестная диагональ равна 8. Площадь ромба равна половине произведения диагоналей:

$$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24.$$

Ответ: 24

4. Сторона треугольника равна 10, а проведенная к этой стороне высота равна 5. Найдите площадь треугольника.



Решение. Площадь треугольника равна половине произведения высоты на основание. Таким образом:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 25.$$

Ответ: 25

5. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 28 и 100.



Решение. Пусть катеты имеют длины a и b , а гипотенуза — длину c . Пусть длина высоты, проведенной к гипотенузе равна h . Найдем длину неизвестного катета из теоремы Пифагора:

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{100^2 - 28^2} = \sqrt{4^2(25^2 - 7^2)} = 4 \cdot \sqrt{625 - 49} = 4 \cdot 24 = 96.$$

Площадь прямоугольного треугольника может быть найдена как половина произведения катетов:

$$S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}96 \cdot 28 = 1344.$$

Ответ: 1344

6. Периметр равностороннего треугольника равен 30. Найдите его площадь, деленную на $\sqrt{3}$.

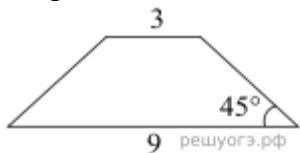


Решение. Так как в равностороннем треугольнике все стороны равны, то сторона данного треугольника равна 10. Угол равностороннего треугольника равен 60° . Площадь треугольника равна половине произведения сторон на синус угла между ними, имеем:

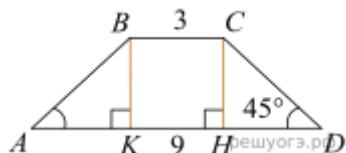
$$S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 60^\circ = 25\sqrt{3}.$$

Ответ: 25

7. В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 9, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь трапеции.



Решение.



Введем обозначения, как показано на рисунке. Тогда $AK = HD = \frac{AD - BC}{2} = \frac{9 - 3}{2} = 3$. Треугольник AKB прямоугольный и равнобедренный, тогда высота BK равна 3. Откуда

Ответ: 18

8. Найдите площадь кругового сектора, если длина ограничивающей его дуги равна 6π , угол сектора равен 120° , а радиус круга равен 9. В ответе укажите площадь, деленную на π .

$$S = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot \alpha,$$

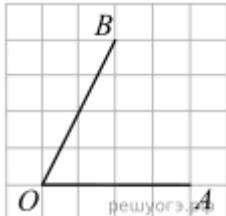
Решение. Площадь сектора равна имеем:

$$S = \frac{\pi \cdot 81}{360} \cdot 120 = 27\pi.$$

Ответ: 27

Задание 11. Фигуры на квадратной решётке

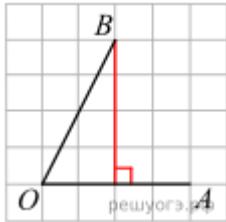
1. Найдите тангенс угла AOB , изображенного на рисунке.



Решение. Опустим перпендикуляр из точки B на прямую AO для получения прямоугольного треугольника. Тангенс угла в прямоугольном треугольнике — отношение

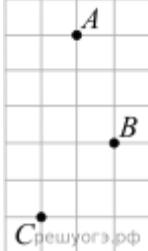
$$\operatorname{tg} AOB = \frac{4}{2} = 2.$$

противолежащего катета к прилежащему:

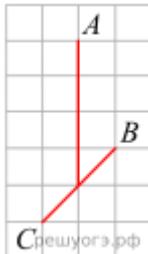


Ответ: 2

2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1см x 1см отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ выразите в сантиметрах.

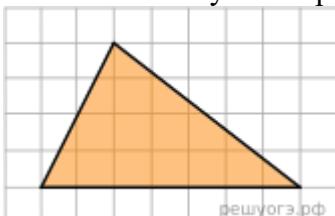


Решение. Расстояние от точки A до середины отрезка BC равно четырем сторонам клетки, или 4 см.

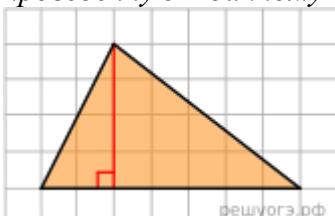


Ответ: 4

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен треугольник. Найдите его площадь.



Решение. Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведенную к данному основанию.

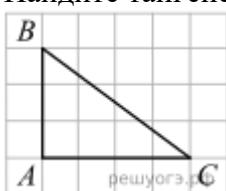


Таким образом:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 = 14$$

Ответ: 14

4. Найдите тангенс угла C треугольника ABC , изображенного на рисунке.

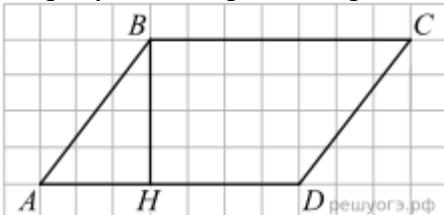


Решение. Тангенс угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему:

$$\operatorname{tg} C = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Ответ: 0,75

5. На рисунке изображен параллелограмм $ABCD$. Используя рисунок, найдите $\sin \angle HBA$.



Решение. Синус угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к гипотенузе. Треугольник BAH — прямоугольный, поэтому

$$\sin \angle HBA = \frac{AH}{AB}.$$

Вычислим по теореме Пифагора длину гипотенузы AB :

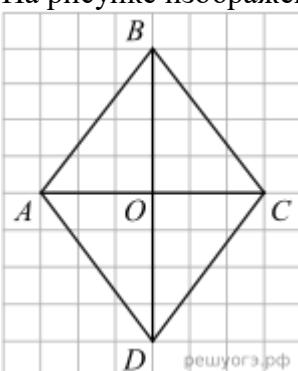
$$AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.$$

Тогда

$$\sin \angle HBA = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Ответ: 0,6

6. На рисунке изображен ромб $ABCD$. Используя рисунок, найдите $\operatorname{tg} \angle OBC$.

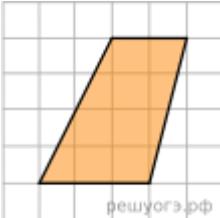


Решение. Тангенс угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему. Треугольник OBC — прямоугольный, поэтому

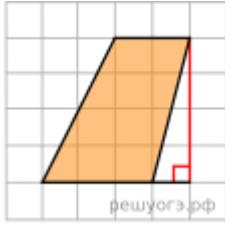
$$\operatorname{tg} \angle OBC = \frac{OC}{BO} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Ответ: 0,75

7. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{см} \times 1\text{см}$ изображена трапеция. Найдите ее площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.

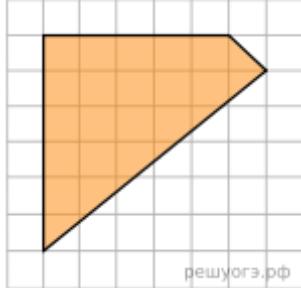


$$S = \frac{1}{2} \cdot (2+3) \cdot 4 = 10.$$

Таким образом,

Ответ: 10

8. Площадь одной клетки равна 1. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке.



Решение. Найдем площадь данной фигуры по формуле Пика:

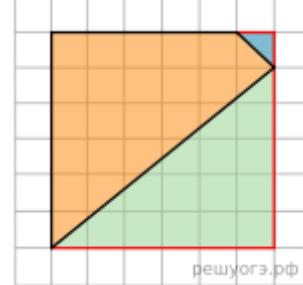
$$S = B + \Gamma/2 - 1,$$

где B — число узлов сетки внутри фигуры, Γ — число узлов сетки на границе фигуры, включая вершины. Получаем:

$$S = 15 + 13/2 - 1 = 20,5.$$

Ответ: 20,5

Приведем другое решение.



Площадь данной фигуры равна разности площади квадрата и двух треугольников:

$$S = 6 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 = 36 - 0,5 - 15 = 20,5.$$

Задание 12. Анализ геометрических высказываний.

1. Укажите номера верных утверждений.

1) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

2) Вертикальные углы равны.

3) Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение. Проверим каждое из утверждений.

1) «Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны» — верно по признаку подобия треугольников.

2) «Вертикальные углы равны» — верно, это теорема планиметрии.

3) «Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой» — неверно, это утверждение справедливо только для равностороннего треугольника.

Ответ: 12.

Примечание.

Заметим, что признак подобия треугольников в учебнике геометрии сформулирован так: "если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны". В утверждении номер 1 опущено слово "соответственно", что не меняет сути.

2. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Существует квадрат, который не является прямоугольником.
- 2) Если два угла треугольника равны, то равны и противолежащие им стороны.
- 3) Внутренние накрест лежащие углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей, равны.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение. Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Существует квадрат, который не является прямоугольником» — некорректное утверждение, корректное — «Существует прямоугольник, который не является квадратом».
- 2) «Если два угла треугольника равны, то равны и противолежащие им стороны» — верно, т. к. треугольник, два угла которого равны является равнобедренным, причем равные стороны лежат напротив равных углов.
- 3) «Внутренние накрест лежащие углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей, равны» — верно, это теорема планиметрии.

Ответ: 23

3. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Биссектриса равнобедренного треугольника, проведенная из вершины, противолежащей основанию, делит основание на две равные части.
- 2) В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.
- 3) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение. Проверим каждое из утверждений.

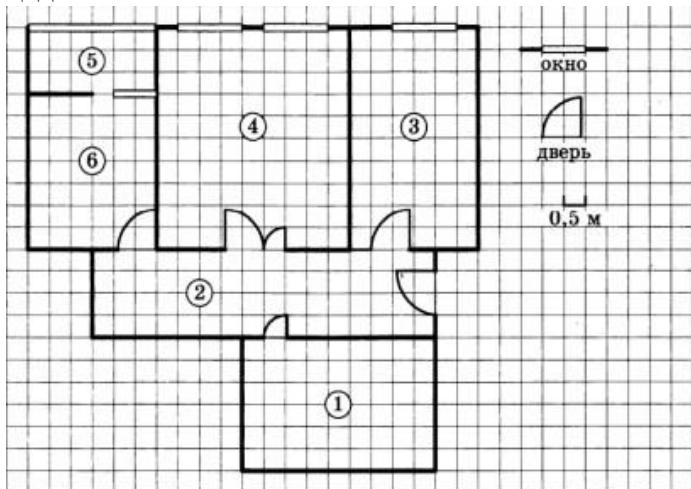
- 1) «Биссектриса равнобедренного треугольника, проведенная из вершины, противолежащей основанию, делит основание на две равные части» — верно по свойству равнобедренного треугольника.
- 2) «В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны» — неверно, это утверждение справедливо только для прямоугольника, у которого все стороны равны, то есть для квадрата.
- 3) «Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу» — верно, т. к. окружность — множество точек, находящихся на заданном расстоянии от данной точки.

Ответ: 13

Оценочный материал
дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы
«Результат 2.0»
2 год обучения

Задание 1. Квартира

На рисунке изображен план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. Сторона каждой клетки на плане равна 0,5 м. Вход в квартиру находится в прихожей. Слева от входа расположен санузел, а справа гостиная, кухня и спальня. На кухне есть выход в застекленную лоджию. Из всех помещений в квартире гостиная занимает наибольшую площадь.



Задание №1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность пяти цифр.

| Объекты | спальня | лоджия | кухня | гостиная | санузел |
|---------|---------|--------|-------|----------|---------|
| Цифры | | | | | |

Решение. Прежде, чем искать на плане квартиры необходимые объекты, необходимо обратить внимание на то, как на нём обозначены двери и окна, так как нам необходимо начать поиск объектов от входной двери. Далее мы работаем по тексту задачи и плану одновременно, подписывая каждый из объектов, так как они пригодятся нам при решении всех пяти заданий.

Итак, входная дверь находится на плане справа, значит, она ведет нас в прихожую, следовательно, прихожая обозначена цифрой 2. По тексту сказано, что слева от входа расположен санузел, значит, это объект под № 1. Все остальные объекты находятся справа от прихожей. Работаем теперь с ними. Известно, что на кухне есть выход в застекленную лоджию (обратим внимание, как обозначено окно), значит, на плане кухня будет под №6, а из неё лоджия — № 5. Далее сказано, что из всех помещений в квартире наибольшую площадь занимает гостиная, следовательно, выбираем из оставшихся объектов под № 3 и № 4 наибольший, это № 4 (гостиная). Оставшийся объект под № 3 — это спальня. Переходим к заполнению таблицы:

| Объекты | спальня | лоджия | кухня | гостиная | санузел |
|---------|---------|--------|-------|----------|---------|
| Цифры | 3 | 5 | 6 | 4 | 1 |

Записываем в ответ номера объектов без символов и пробелов.

Ответ: 35641

Задание №2. Найдите ширину остекления лоджии. Ответ дайте в сантиметрах.

Решение. Из задания 1 знаем, что лоджия — это объект под номером 5. Также по указанному на плане символам видно, как обозначено окно. Ширина остекления лоджии на плане составляет 6 клеток, а одна клетка — это 0,5 м, значит, умножаем 0,5 м на 6 и получаем 3 м. В задании сказано, что надо ответ дать в сантиметрах. Зная, что в 1 метре 100 см, получаем, что 3 метра — это 300 см

Ответ: 300

Задание №3. Плитка для пола размером 25 см × 10 см продаётся в упаковках по 16 штук. Сколько упаковок плитки понадобится, чтобы выложить пол санузла?

Решение. Начнем разбираться с упаковками плит для пола. Если одна плитка имеет размер 25 см × 10 см, то площадь 1 такой плитки будет равна $25 \text{ см} \times 10 \text{ см} = 250 \text{ см}^2$.

Дальше мы можем узнать, на какую площадь хватит 1 упаковки такой плитки, если их там 16 штук: $250 \text{ см}^2 \times 16 = 4000 \text{ см}^2$.

Теперь найдем площадь пола санузла (объект № 1), которую требуется этой плиткой покрыть:

Длина санузла: 9 клеток × 0,5 м = 4,5 м

Ширина санузла: 6 клеток × 0,5 м = 3 м

Площадь санузла прямоугольной формы находим, умножив длину на ширину: $4,5 \times 3 = 13,5 \text{ м}^2$

Теперь, чтобы найти, сколько упаковок плитки понадобится, чтобы выложить ею пол санузла площадью $13,5 \text{ м}^2$, необходимо разделить площадь пола на площадь плитки в 1 упаковке: $13,5 \text{ м}^2 : 4000 \text{ см}^2$; видим, что единицы измерения разные.

Можно перевести м² в см², помня, что если 1 м = 100 см, то $1 \text{ м}^2 = 10000 \text{ см}^2$. Тогда $13,5 \text{ м}^2 = 13,5 \times 10000 = 135000 \text{ см}^2$.

Выполним деление: $135000 \text{ см}^2 : 4000 \text{ см}^2 = 33,75$. Знаем, что количество упаковок нам продадут целое, получим, что нам нужно 34 упаковки.

Ответ: 34

Задание №4. Найти площадь, которую занимает спальня. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Из условия задания 1 знаем, что спальня — это объект под № 3. Спальня прямоугольной формы, значит, нам надо найти площадь прямоугольника, умножив его длину на ширину.

Длина спальни 10 клеток, а одна клетка 0,5 м, следовательно, $0,5 \times 10 = 5 \text{ м}$.

Ширина спальни 6 клеток, значит $0,5 \times 6 = 3 \text{ м}$.

Найдем площадь, умножая длину на ширину, получим $5 \times 3 = 15 \text{ м}^2$.

Ответ: 15

Задание №5. На сколько процентов площадь спальни меньше площади прихожей?

Решение. Для решения данной задачи надо найти площадь спальни и площадь прихожей. В задании №4 мы нашли площадь спальни, она равна 15 м².

По условию задания 1 помним, что прихожая — это объект под номером 2. Прихожая также имеет форму прямоугольника, значит, сосчитаем количество клеток длины и ширины, переведем их в метры и перемножим.

Длина прихожей: 16 клеток × 0,5 м = 8 м.

Ширина прихожей: 4 клетки × 0,5 м = 2 м.

Площадь прихожей: $8 \times 2 = 16 \text{ м}^2$.

Теперь нам нужно узнать, на сколько процентов площадь спальни меньше площади прихожей.

Пусть прихожая – 16 м^2 – 100%.

Тогда спальня – 15 м^2 – $x\%$

Находим по правилу пропорции, сколько процентов составляет спальня:
 $15 \times 100 : 16 = 93,75\%$.

Найдем разницу (в процентах) между площадями прихожей и спальни:

$$100\% - 93,75\% = 6,25\%$$

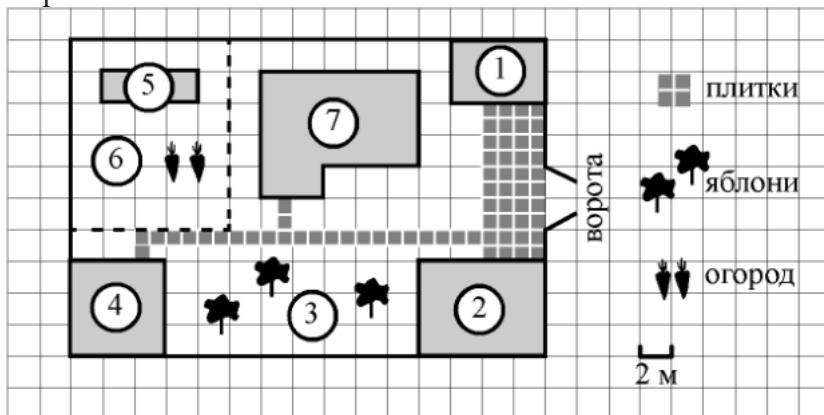
Ответ: 6,25

Задание 2. Домохозяйство

На плане изображен дачный участок по адресу: п. Сосновка, ул. Зеленая, д. 19 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится гараж. Справа от ворот находится сарай площадью 24 м^2 , а чуть подальше – жилой дом. Напротив жилого дома расположены яблоневые посадки. Также на участке есть баня, к которой ведет дорожка, выложенная плиткой, и огород с теплицей внутри (огород отмечен на плане цифрой 6). Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены

тротуарной плиткой размером 1м x 1м. Между гаражом и сараев находится площадка, вымощенная такой же плиткой. К участку подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.



Задание №1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других символов.

| Объекты | яблони | теплица | сарай | жилой дом |
|---------|--------|---------|-------|-----------|
| Цифры | | | | |

Решение. Для решения 1 задачи работаем с текстом и планом одновременно: при входе на участок слева от ворот находится гараж (слева от входа находится объект под номером 2), итак, гараж – 2. Справа от ворот находится сарай площадью 24 м^2 (справа объект под номером 1), сарай – номер 1. А чуть подальше – жилой дом, следовательно, жилой дом – объект под номером 7.

Напротив жилого дома расположены яблоневые посадки, на плане они обозначены цифрой 3. Также на участке есть баня, к которой ведет дорожка, выложенная плиткой, на плане видим, что к объекту под номером 4 ведет дорожка, значит баня – 4. Огород с теплицей внутри (огород отмечен на плане цифрой 6), в огороде расположена теплица – объект 5.

Итак, получили следующее: 1 – сарай; 2 – гараж; 3 – яблоневые посадки; 4 – баня; 5 – теплица; 6 – огород; 7 – жилой дом.

Заполняем нашу таблицу:

| Объекты | яблони | теплица | сарай | жилой дом |
|---------|--------|---------|-------|-----------|
| 1 | 3 | 5 | 2 | 7 |

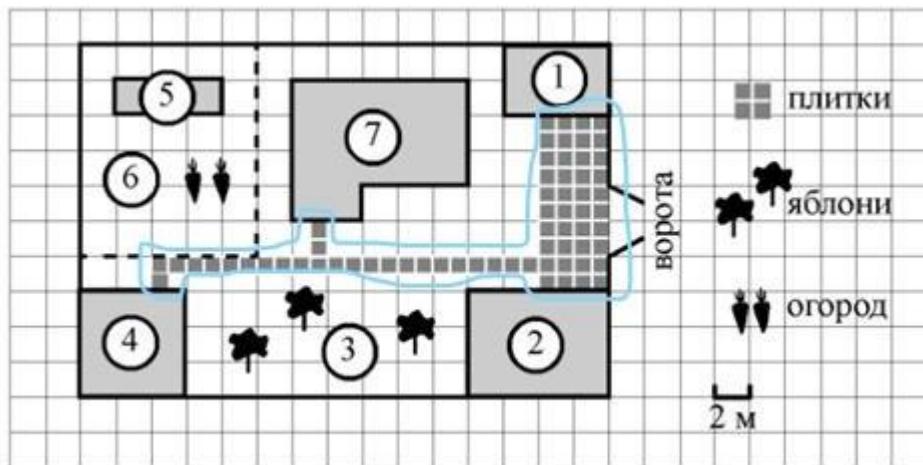
| | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| Цифры | 3 | 5 | 1 | 7 |
|-------|---|---|---|---|

Записываем ответ.

Ответ: 3517

Задание №2. Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 6 штук. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку между сараем и гаражом?

Решение. Для начала надо определить, как обозначены дорожки, которые надо выложить плиткой, на плане. На плане они показаны серым цветом (мы их обведём голубым цветом).

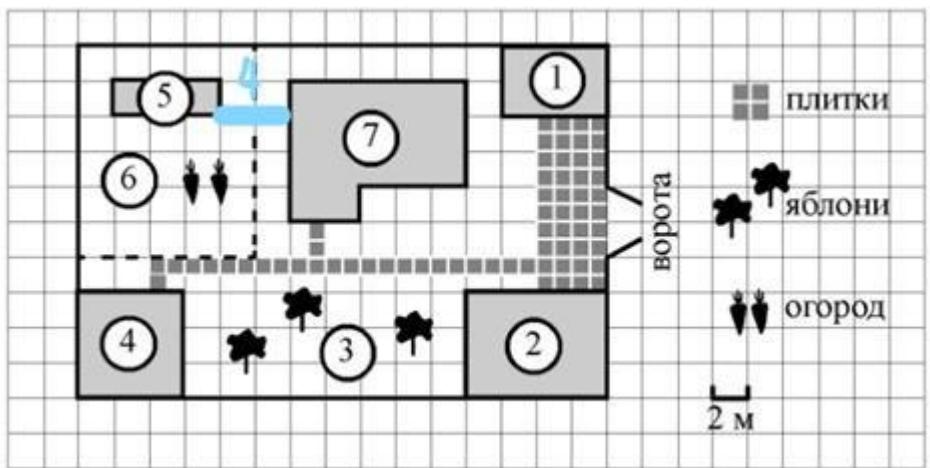


Теперь ищем в условии задачи, что сказано про плитки и дорожки: «Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1м x 1м». Сосчитаем, сколько клеточек (плиток) на плане, получаем 65. Зная по условию задачи 1, что плитки продаются в упаковках по 6 штук, разделим 65 на 6. Заметим, что 65 на 6 не делится, получается приблизительно 10,8... Учитывая, что упаковки не делятся, округляем до большего целого числа, нам понадобится 11 упаковок.

Ответ: 11

Задание №3. Найдите расстояние от жилого дома до теплицы (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

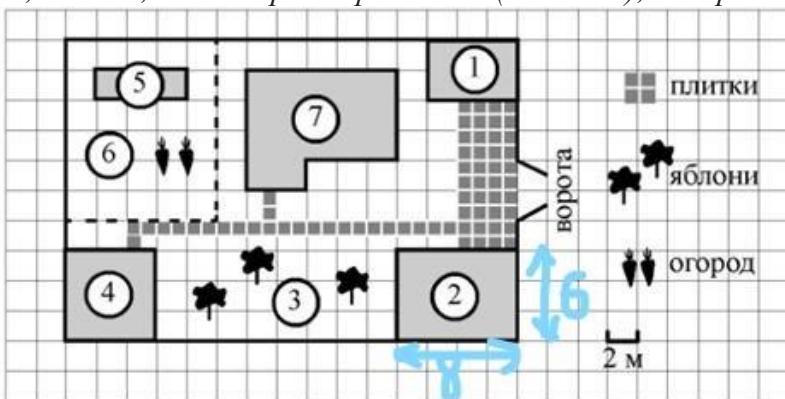
Решение. Из задания 1 знаем, что жилой дом обозначен на плане цифрой 7, а теплица цифрой 5. Следовательно, на плане находим эти объекты и расстояние между двумя ближайшими точками по прямой (обозначим это голубым цветом). Видим, что это расстояние – 2 клетки. На плане показано, что длина стороны одной клетки равна 2 метра, значит, расстояние между этими объектами равно 4 метра.



Ответ: 4

Задание №4. Найдите площадь, которую занимает гараж. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Найдем на плане гараж, это объект под номером 2. Гараж имеет прямоугольную форму, следовательно, нам надо найти площадь прямоугольника. Для этого надо найти длину и ширину. На плане показано, что длина стороны 1 клетки равна 2 метра, значит, длина гаража равна 8 м (4 клетки), а ширина — 6 м (3 клетки).



Зная ширину и длину, находим площадь гаража: $6 \times 8 = 48 \text{ м}^2$.

Ответ: 48

Задание №5. Хозяин участка решил покрасить весь забор вокруг участка (только с внешней стороны) в зелёный цвет. Площадь забора равна 232 кв.м., а купить краску можно в одном из двух ближайших магазинов. Цена и характеристика краски и стоимость доставки заказа даны в таблице:

| Номер магазина | Расход краски | Масса краски в одной банке | Стоимость одной банки краски | Стоимость доставки заказа |
|----------------|---------------|----------------------------|------------------------------|---------------------------|
| 1 | 0,25 кг/кв.м | 6 кг | 3000 руб. | 500 руб. |
| 2 | 0,4 кг/кв.м | 5 кг | 1900 руб. | 800 руб. |

Во сколько рублей обойдется наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой?

Решение. Определим, сколько килограммов краски понадобится для покраски забора площадью 232 м^2 :

I магазин: $232 \times 0,25 = 58$ кг

II магазин: $232 \times 0,4 = 92,8$ кг

Вычислим количество банок краски, которое надо купить, зная массу краски в I банке:

I магазин: $58 : 6 = 9,7 \dots$; так как банки продаются целиком, то надо 10 банок (округляем до наибольшего целого числа)

II магазин: $92,8 : 5 = 18,56$; значит надо 19 банок.

Вычислим стоимость краски в каждом магазине плюс доставка:

I магазин: $10 \times 3000 + 500 = 30500$ руб.

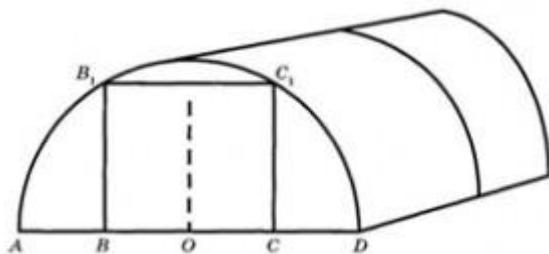
II магазин: $19 \times 1900 + 800 = 36900$ руб.

Из решения задачи видно, что в I магазине купить краску выгоднее. Следовательно, наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой будет стоить 30500 рублей.

Ответ: 30500

Задание 3. Теплица.

Виктор Николаевич решил построить на дачном участке теплицу длиной 6 метров. Для этого он сделал прямоугольный фундамент. Для каркаса теплицы он заказал металлические дуги в форме полуокружности длиной 5 метров каждая, а также покрытие для обтяжки.

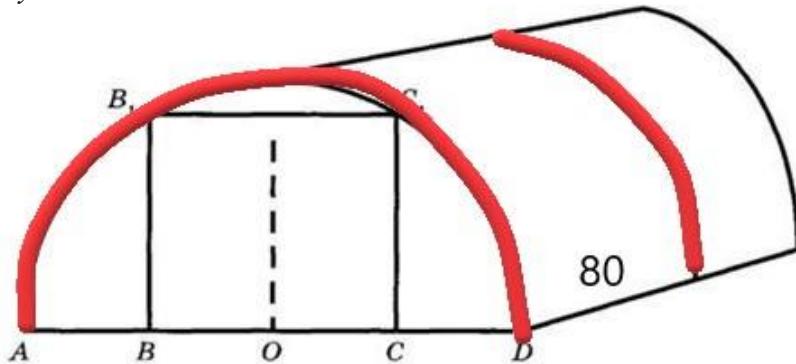


Отдельно требуется купить плёнку для передней и задней стенок теплицы. В передней стенке планируется сделать вход, который показан на рисунке прямоугольником BB1C1C, где точки B, O и C делят отрезок АД на равные части.

Внутри теплицы Виктор Николаевич планирует сделать три грядки по длине теплицы – одну центральную широкую и две по узкие грядки по краям. Между грядками будут дорожки шириной 50 см, для которых нужно купить тротуарную плитку размером 25 см × 25 см.

Задание №1. Какое наименьшее количество дуг надо заказать, чтобы расстояние между соседними дугами было не более 80 см?

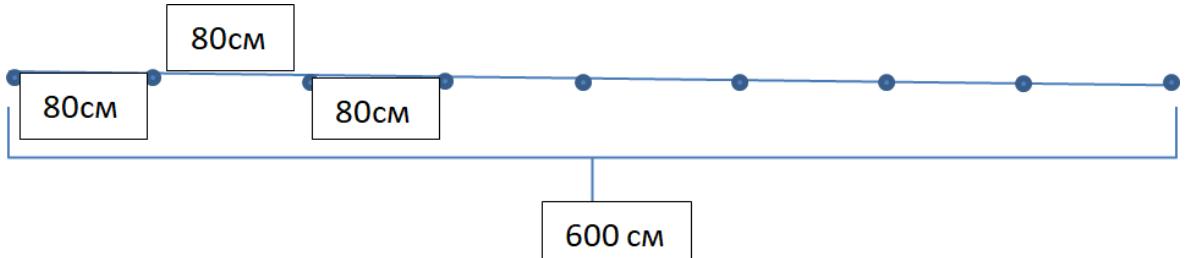
Решение. На рисунке дуги выделены красным цветом и показано, что расстояние между ними не более 80 см.



Зная, что длина теплицы 6 метров, переведем её в сантиметры: $6\text{м}=600\text{ см}$. Теперь разделим 600 см на 80 см, получим 7,5. Округлим до целого числа и получим 8, но это не количество дуг, а количество расстояний (отрезков) между ними. Далее нужно прибавить

единицу, чтобы получить точное количество: $8+1=9$ дуг.

Если способ с рисунком теплицы не совсем понятен, то можно изобразить дуги точками на отрезке вот таким образом.



Ответ: 9

Задание №2. Сколько упаковок плитки необходимо купить для дорожек между грядками, если она продаётся в упаковках по 10 штук?

Решение. По условию задачи знаем, что в теплице будет три грядки, следовательно, будет две дорожки, ширина которых по условию 50 см. Длина каждой дорожки равна длине теплицы, т.е. 600 см.

Зная длину и ширину дорожки, можно найти её площадь: $600 \times 50 = 30000 \text{ см}^2$. Таких дорожек у нас две, значит $30000 \times 2 = 60000 \text{ см}^2$.

По условию задачи известно, что тротуарная плитка имеет размеры 25 см \times 25 см. Можно найти площадь одной плитки: $25 \text{ см} \times 25 \text{ см} = 625 \text{ см}^2$.

Теперь находим количество плиток для двух дорожек: $60000 : 625 = 96$ плиток.

Так как сказано, что плитки продаются в упаковках по 10 штук, то разделим 96 на 10, получим 9,6. Необходимо округлить результат до целого числа, так как отдельно несколько плиток нам не продадут, поэтому $9,6 \approx 10$.

Ответ: 10

Задание №3. Найдите ширину теплицы. Ответ дайте в метрах с точностью до десятых.

Решение. Ширина теплицы – это диаметр полуокружности. По условию задачи Виктор Николаевич покупал дуги длиной 5 метров, значит, длина полуокружности есть 5 метров.

Вспомним формулу, которая связывает длину окружности и радиус: $C = 2\pi R$, также можно воспользоваться и формулой $C = \pi d$, так как нам надо найти ширину теплицы, т.е. диаметр. Подставим значения в формулу, помня о том, что полная длина окружности будет равна 10 м: $10 = 3,14d$. Отсюда $d = 10 : 3,14 = 3,184 \dots \approx 3,2$ (так как по условию требуется округлить до десятых).

Ответ: 3,2

Задание №4. Найдите ширину узкой грядки, если ширина центральной грядки относится к ширине узкой грядки как 5:3. Ответ дайте в сантиметрах с точностью до десятков.

Решение. Покажем на рисунке, как выглядят грядки и дорожки внутри теплицы, рассставим известные данные: 50 см – по условию, а 320 см – из решения задания №3.



Для удобства решения определим ширину всех грядок вместе, то есть уберем ширину дорожек: $320 - 50 - 50 = 220$ см.

По условию задачи ширина центральной грядки относится к ширине узкой грядки как 5:3, т.е. можно сказать, что на центральную грядку (широкую) приходится 5 частей, а на крайние грядки (узкие) по 3 части. Значит, всего на три грядки приходится $3+5+3=11$ равных частей. Так как вся ширина грядок 220 см, то $220:11=20$ см ширина одной части. Значит, ширина узкой грядки будет равна $20 \text{ см} \times 3 = 60$ см.

Ответ: 60

Задание №5. Сколько квадратных метров пленки необходимо купить для передней и задней стенок теплицы, если с учетом крепежа ее нужно брать с запасом 15%? Ответ округлить до десятых.

Решение. Передняя и задняя стенки теплицы являются полукругами одинакового диаметра, следовательно, два полукруга вместе – это круг, диаметр которого (ширина теплицы) мы нашли в задаче №3, т.е. 3,2 метра. Площадь круга находится по формуле $S=\pi R^2$. Зная, что диаметр равен 3,2 м, найдем радиус: $3,2:2=1,6$ м. Подставим в формулу данные и найдем площадь круга: $S=3,14 \times 1,6^2=8,0384 \text{ м}^2$

По условию задачи сказано, что с учетом крепежа пленку надо покупать с запасом 15%. Найдем 15% от данного числа, переведя 15% в десятичную дробь: $0,15 \times 8,0384=1,20576$.

Теперь складываем площадь круга и найденные 15%: $8,0384+1,20576=9,24416$. Так как ответ надо округлить до десятых, то получим: $9,24416 \approx 9,2$

Ответ: 9,2

Задание 4. Баня и печь

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Размеры парного отделения: длина и ширина по 2,5 м, высота 2,2 м. Для разогрева парного помещения можно использовать электрическую или дровяную печь. Три возможных варианта даны в таблице.

| Печь | Тип | Отапливаемый объем, куб.м | Масса, кг | Цена, руб |
|-------|----------|---------------------------|-----------|-----------|
| Орион | Дровяная | 6-12 | 45 | 17000 |

| | | | | |
|-------------|--------------|-------|----|-------|
| Кента вр | Дровяная | 10-15 | 65 | 21000 |
| Ока я | Электрическа | 8-14 | 14 | 20000 |

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдется в 5000 рублей. Кроме того, хозяин подсчитал, что за год электрическая печь израсходует 2500 киловатт-часов электроэнергии по 4 руб. за 1 киловатт-час, а дровяная печь за год израсходует 1,8 куб. м дров, которые обойдутся по 1000 руб. за 1 куб. м.

Задание №1. Найдите объем парного отделения строящейся бани (в куб. м).

Решение. Для решения данного задания надо понимать, что парное отделение бани представляет собой объемную геометрическую фигуру – прямоугольный параллелепипед, а для нахождения объема прямоугольного параллелепипеда надо знать длину, ширину и высоту, затем применяем формулу объема $V=abc$, где a – длина, b – ширина, c – высота.

Эти данные есть в самом начале задачи: длина и ширина по 2,5 м, высота 2,2 м.

Имея эти данные, находим объем: $2,5 \times 2,5 \times 2,2 = 13,75$ куб.м.

Ответ: 13,75

Задание №2. На сколько рублей дровяная печь, подходящая по отапливаемому объему парного отделения, обойдется дешевле электрической с учетом установки?

Решение. Дровяная печь, подходящая по отапливаемому объему парного отделения, это печь

«Кентавр», с объемом 13,75 куб.м, а эта величина как раз подходит, так как она удовлетворяет неравенству $10 < 13,75 < 15$.

Нам надо сравнить цены двух печей – «Кентавр» и «Ока» с учетом их установки. По условию задачи для дровяной печи установка не требуется, а для установки электрической печи потребуется подведение специального кабеля, что обойдется в 5000 рублей. Можно разбор решения записать в виде таблицы, где и найдем разницу в цене:

| Печь | Тип | Цена, руб. | Установка | Итого | Разница |
|---------|---------------|---------------|-----------|------------|------------------|
| Кентавр | Дровяная | 21000 | 0 руб. | 21000 руб. | 25000-21000=4000 |
| Ока | Электрическая | 20000 | 5000 руб. | 25000 руб. | |

Ответ: 4000

Задание №3. На сколько рублей эксплуатация дровяной печи, которая подходит по отапливаемому объему парного отделения, обойдется дешевле эксплуатации электрической в течение года?

Решение. В данной задаче речь идет об эксплуатации этих же печей, то есть какие затраты в год требуются для каждой из этих печей. А найти надо разницу в стоимости эксплуатации этих печей.

В условии задачи сказано, что за год электрическая печь израсходует 2500 киловатт-часов электроэнергии по 4 руб. за 1 киловатт-час, а дровяная печь за год израсходует 1,8

куб. м дров, которые обойдутся по 1000 руб. за 1 куб. м.

Находим затраты на электропечь:

2500 киловатт-часов электроэнергии по 4 руб. за 1 киловатт-час, это $2500 \times 4 = 10000$ руб.

Находим затраты на дровяную печь:

1,8 куб. м дров по 1000 руб. за 1 куб. м., это $1,8 \times 1000 = 1800$ руб.

Теперь находим разницу: $10000 - 1800 = 8200$ руб.

Ответ: 8200

Задание №4. Доставка печи из магазина до участка стоит 600 рублей. При покупке печи ценой выше 20000 рублей магазин предлагает скидку 5% на товар и 45% на доставку. Сколько будет стоить покупка печи «Кентавр» вместе с доставкой на этих условиях?

Решение. Требуется определить стоимость покупки печи «Кентавр» с доставкой до участка. По условию задачи печь стоит 21000 рублей, а это выше 20000 руб., поэтому положена скидка, как на товар, так и на доставку.

Найдем, сколько будет стоить печь со скидкой 5%: $21000 : 100 \times 5 = 1050$ руб. – скидка на печь.

$21000 - 1050 = 19950$ руб. – стоимость печи со скидкой.

Найдем, сколько будет стоить доставка со скидкой 45%: $600 : 100 \times 45 = 270$ руб. – скидка на доставку.

$600 - 270 = 330$ руб. – доставка печи со скидкой.

Найдем, сколько будет стоить печь с доставкой:

$19950 + 330 = 20280$ руб.

Ответ: 20280

Задание №5. Хозяин выбрал дровяную печь. Чертеж печи показан на рис. 2. Размеры указаны в сантиметрах.

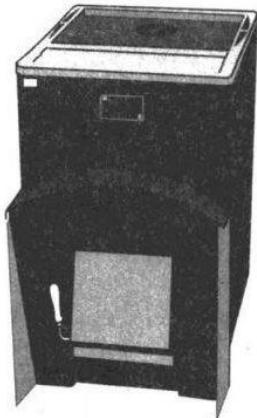


Рис. 1

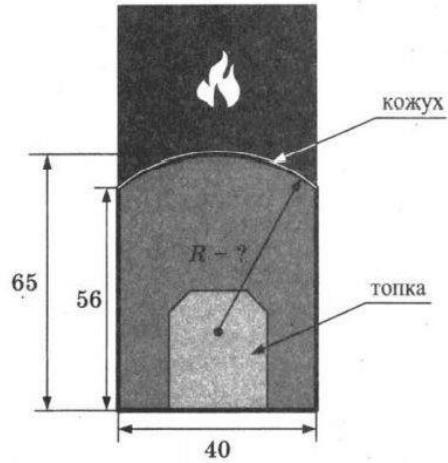
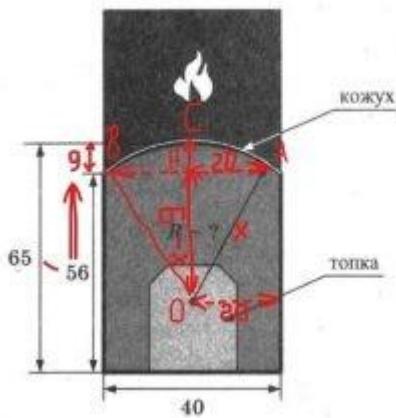


Рис. 2

Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке по дуге окружности (см. рис.). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус R закругления арки. Размеры кожуха показаны на рисунке. Найдите радиус в сантиметрах; ответ округлите до десятых.

Решение. На рисунке 2 нам показана именно та часть, с которой мы должны работать на «языке» геометрии. Это показана часть окружности определенного радиуса (он показан стрелкой и буквой R), который мы и должны найти. Если сделать на рисунке свои дополнительные построения, то они будут выглядеть следующим образом (рис.3):



Введем дополнительные обозначения: радиусы пусть будут OA , OC , OB . Они нам неизвестны. AB – это хорда, по рисунку видно, что она равна 40. У нас есть равнобедренный треугольник AOB ($AO=AB=R$), OH – высота по построению.

Рассмотрим треугольник AON , где угол N – прямой. Пусть в нем гипотенуза OA (он же радиус), которая нам неизвестна, будет обозначена x . Видим, что катет $AN=20$ см, так как $AB=40$, а высота OH , проведенная к основанию AB , является медианой (свойство равнобедренного треугольника). Найдем катет OH : слева на рисунке указаны две длины – 65 и 56, а отрезок CH как раз является разницей между ними, т.е. $CH=65-56=9$. Значит, чтобы найти катет OH , надо из OC (а это радиус, который мы обозначили за x) вычесть 9, таким образом, получим, что $OH=x-9$.

Итак, в прямоугольном треугольнике имеем: гипотенуза равна x , катеты равны 20 и $(x-9)$. Применим теорему Пифагора (квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов):

$$x^2 = 20^2 + (x-9)^2$$

$$x^2 = 400 + x^2 - 18x + 81 \text{ (возвели в квадрат числа и разность двух выражений)}$$

$$0 = 481 - 18x \text{ (взаимно уничтожили } x^2 \text{ в левой и правой частях уравнения)}$$

$$18x = 481 \text{ (перенесли слагаемое с переменной влево, изменяя знак на противоположный)}$$

$$x = 481 : 18 \text{ (выполнили нахождение неизвестного множителя действием деления)}$$

$$x = 26,7222\dots \text{ (нашли приближенное значение корня уравнения)}$$

Значит, радиус, который обозначали за x , будет равен приближенно 26,722...

Так как по условию задачи нам надо округлить число до десятых, то по правилу округления, ответ будет 26,7.

Ответ: 26,7

Общие советы и рекомендации к данному виду задач

✓ Необходимо помнить простое правило нахождения объема прямоугольного параллелепипеда, а также то, что наши обычные комнаты, бани и парные имеют форму прямоугольного параллелепипеда.

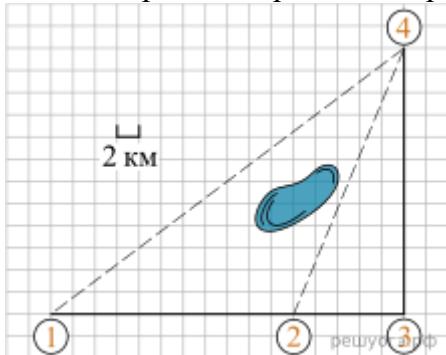
✓ Отличайте покупку печей от их эксплуатации. При покупке оплачивается товар и необходимые к нему дополнительные элементы (например, провод). А эксплуатация – это использование печи, т.е. при этом происходит оплата за свет (если печь электрическая) или за дрова (если печь дровяная).

✓ При решении задания 5 сделайте на своём рисунке дополнительное построение до прямоугольного треугольника, обозначьте радиус (гипотенузу) за x , найдите катеты. При нахождении одного катета просто поделите пополам ширину печки, а при нахождении второго – вычтите из x разницу в длинах, указанных на рисунке слева. Составьте равенство, используя формулировку теоремы Пифагора. Желаем удачи!

Задание 5. План местности.

Полина летом отдыхает у дедушки в деревне Ясная. В четверг они собираются съездить на велосипедах в село Майское в магазин. Из деревни Ясная в село Майское можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Камышевка до деревни Хомяково, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в село Майское. Есть и третий маршрут: в деревне Камышевка можно свернуть на прямую тропинку в село Майское, которая идет мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.



По шоссе Полина с дедушкой едут со скоростью 20 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке — со скоростью 15 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населенных пунктов, длина стороны каждой клетки равна 2 км.

Задание №1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населенные пункты. В ответ запишите последовательность трех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

| | | | |
|---------------|--------------|----------|-------------|
| Насел. пункты | д. Камышевка | д. Ясная | д. Хомяково |
| Цифры | | | |

Решение. Сразу обратим внимание на слова в тексте задания: «... по прямолинейному шоссе через деревню Камышевка до деревни Хомяково, где нужно повернуть под прямым углом **налево**». Это возможно сделать, если двигаться от населенного пункта под номером 1, мимо населенного пункта под номером 2. И в населенном пункте под номером 3 сделать поворот под прямым углом налево. Следовательно, 1 – Ясное, 2 – Камышевка, 3 – Хомяково, 4 – Майское.

Заполним таблицу:

| | | | |
|---------------|--------------|----------|-------------|
| Насел. пункты | д. Камышевка | д. Ясная | д. Хомяково |
| Цифры | 2 | 1 | 3 |

Ответ: 213

Задание №2. Сколько километров проедут Полина с дедушкой от деревни Ясная до села Майское, если они поедут по шоссе через деревню Хомяково?

Решение. Расстояние, которое проедут Полина с дедушкой, проезжая через Хомяково, равно сумме длин катетов прямоугольного треугольника с катетами 16 км * 2 км = 32 км и 12 км * 2 км = 24 км. Таким образом, имеем, что искомое расстояние равно $32 + 24 = 56$ км.

Ответ: 56

Задание №3. Найдите расстояние от деревни Ясная до села Майское по прямой. Ответ дайте в километрах.

Решение. Расстояние от деревни Ясная до села Майское соответствует длине гипотенузы прямоугольного треугольника с катетами 32 км и 24 км. По теореме Пифагора имеем: $\sqrt{1024 + 576} = 40$ км.

Ответ: 40

Задание №4. Сколько минут затратят на дорогу из деревни Ясная в село Майское Полина с дедушкой, если поедут через деревню Хомяково?

Решение. По шоссе из деревни Ясное до деревни Хомяково Полина с дедушкой проедут $32+24 = 56$ километров со скоростью 20 км/ч. Следовательно, они затратят $56 : 20 = \frac{56}{20}$ часа или $\frac{56}{20} = \frac{56 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{168}{60}$ часа или 168 минут.

Ответ: 168

Задание №5. В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырех магазинах, расположенных в деревне Ясная, селе Майское, деревне Камышевка и деревне Хомяково.

| Наименование продукта | д. Ясная | с. Майское | д. Камышевка | д. Хомяково |
|-------------------------|----------|------------|--------------|-------------|
| Молоко (1 л) | 42 | 38 | 41 | 33 |
| Хлеб (1 батон) | 25 | 21 | 29 | 30 |
| Сыр «Российский» (1 кг) | 310 | 320 | 290 | 280 |
| Говядина (1 кг) | 340 | 380 | 410 | 390 |
| Картофель (1 кг) | 15 | 20 | 17 | 18 |

Полина с дедушкой хотят купить 2 л молока, 3 кг говядины и 2 кг картофеля. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине.

Решение. В деревне Ясная стоимость набора составит $2 \cdot 42 + 3 \cdot 340 + 2 \cdot 15 = 1134$ руб.

В селе Майское стоимость набора составит $2 \cdot 38 + 3 \cdot 380 + 2 \cdot 20 = 1256$ руб.

В деревне Камышевка стоимость набора составит $2 \cdot 41 + 3 \cdot 410 + 2 \cdot 17 = 1346$ руб.

В деревне Хомяково стоимость набора составит $2 \cdot 33 + 3 \cdot 390 + 2 \cdot 18 = 1272$ руб.

Самый дешевый набор продуктов можно купить в деревне Ясная по цене 1134 руб.

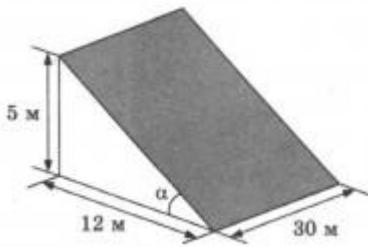
Ответ: 1134

Задание 6. Террасы.

В горных районах, особенно в южных широтах с влажным климатом, земледельцы на склонах гор устраивают террасы. Земледельческие террасы – это горизонтальные площадки, напоминающие ступени. Во время дождя стекает с верхних террас вниз по специальным каналам. Поэтому почва на террасах не размывается и урожай не страдает. Медленный сток воды с вершины склона вниз с террасы на террасу позволяет выращивать даже влаголюбивые культуры. В Юго-Восточной Азии террасное земледелие широко применяется для производства риса, а в Средиземноморье – для выращивания винограда и оливковых деревьев. Возделывание культур на террасах повышает урожайность, но требует большого ручного труда.



Земледелец владеет несколькими участками, один из которых расположен на склоне холма. Ширина участка 30 м, а верхняя точка находится на высоте 5 м от подножия.



Задание №1. Земледелец на расчищенным склоне холма выращивает мускатный орех. Какова площадь, отведенная под посевы? Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Мускатный орех земледелец выращивает на склоне холма. Если смотреть на геометрический рисунок, где 5 метров – это высота холма, 30 метров – ширина участка, а 12 метров – это расстояние от подножия холма до нижней точки уклона. Таким образом, расчищенным склоном холма является прямоугольник, закрашенный на рисунке серым цветом.

Требуется найти площадь этого прямоугольника. Смотрим, что его ширина 30 м, а длина неизвестна, но она является гипотенузой прямоугольного треугольника с катетами 5 и 12 метров.

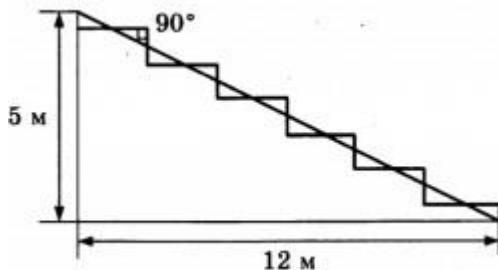
Гипотенузу найдем по теореме Пифагора (квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов). Обозначим гипотенузу буквой c и запишем ее нахождение: $c^2=12^2+5^2=144+25=169$; так как $\sqrt{169}=13$, то $c=13$ м.

Теперь находим площадь расчищенного склона холма. Для нахождения S прямоугольника надо длину умножить на ширину. То есть имеем, что 13 м – это длина участка, а 30 м – ширина участка, значит $S=13 \cdot 30=390$ м².

Ответ: 390

Задание №2. Земледелец решил устроить террасы на своём участке (см. рисунок ниже), чтобы выращивать рис, пшено или кукурузу.

Строительство террас возможно, если угол склона (уклон) не больше 50% (тангенс угла склона a , умноженный на 100%). Удовлетворяет ли склон холма этим требованиям? Сколько процентов составляет уклон? Ответ округлите до десятых.



Решение. Во-первых, найдем тангенс по рисунку, который нам дан. Вспомним, что тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему. Поэтому, в нашем случае это отношение 5 к 12, то есть $\tan a=5/12$. Умножим это число на 100%, как сказано в условии задачи, и посчитаем: $5/12 \times 100=41,666\dots$ Нам сказано, что необходимо округлить число до десятых, то есть оставить после запятой одну цифру (десятичные доли). Применив правило округления, получим: $41,666\dots \approx 41,7$. Мы видим, что угол склона холма не превышает 50%, то есть он удовлетворяет требованиям для строительства террас. Значит, наш ответ

41,7%.

Ответ: 41,7

Задание №3. На сколько процентов сократилась посевная площадь после того, как земледелец устроил террасы? Ответ округлите до десятых.

Решение. Для ответа на вопрос задания необходимо сравнить две площади – посевную площадь до строительства террас и площадь террас.

Посевная площадь у нас найдена в задании №1, она равна 390 м^2 .

Требуется найти площадь террас. Надо понять, что она собой представляет. Посмотрим внимательно на рисунок, где изображены террасы (глядя на рисунок их можно назвать «ступеньки»). Если каждую такую «ступеньку» опустить вниз, то они как раз войдут в расстояние 12 м, то есть длина всех террас, отведённых под посевы равна 12 метров. Ширина участка нам известна, она равна 30 метров. Таким образом, мы получили прямоугольник со сторонами 12 и 30 метров, значит, найдем его площадь, что и будет являться площадью террас: $12 \times 30 = 360 \text{ м}^2$.

Вот теперь мы видим, что сначала площадь была 390 м^2 , а затем она немного уменьшилась и стала равна 360 м^2 .

Осталось сравнить процентное отношение данных площадей. Это можно сделать двумя способами.

I способ: запишем условие для решения, помня, что первоначальная площадь равна 100%.

$$390 \text{ м}^2 - 100\%$$

$$360 \text{ м}^2 - x\%$$

Найдем, сколько процентов стала площадь террас: $x = 360 \times 100 : 390 = 92,307\dots$. Так как нам сказано в условии, что ответ надо будет округлить до десятых, то можно это сделать с числом $92,307\dots$: $92,307 \approx 92,3$.

Помним, что это мы нашли, сколько процентов стала площадь террас. Теперь находим разницу между ними: $100\% - 92,3\% = 7,7\%$. Её и запишем в ответ.

II способ: можно решить данную задачу другим способом, имея две площади – 390 м^2 и 360 м^2 . Видим, что площадь уменьшилась на 30 м^2 (так как $390 - 360 = 30$).

Значит: $390 \text{ м}^2 - 100\%$, а $30 \text{ м}^2 - x\%$. Следовательно, $x = 30 \times 100 : 390 = 7,69\dots\%$. Округлим до десятых наше число и получим 7,7.

Ответ: 7,7

Задание №4. Земледелец получает 800 г бурого риса с одного квадратного метра засеянной площади. При шлифовке из бурого риса получается белый рис, но при этом теряется 22% массы. Сколько килограммов белого риса получит земледелец со всего своего участка?

Решение. Смысл данной задачи в том, что земледелец выращивает на террасах бурый рис, затем его обрабатывает и получает белый рис. При обработке масса теряется. Нам надо узнать, сколько кг белого риса он получит со своего участка.

Помним, что рис собирают с террас, площадь которых 360 м^2 (мы нашли её в задании 3). Известно, что с 1 м^2 собирают 800 г бурого риса, следовательно, чтобы найти, сколько бурого риса он соберет со всего участка площадью 360 м^2 , надо 800×360 , получим 288000 граммов. Переведем граммы в килограммы (это требуется в данной задаче), то есть разделим на 1000, так как $1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$. Значит, $288000 : 1000 = 288 \text{ кг}$ собирает земледелец бурого риса.

Теперь он его обрабатывает, теряя 22%, значит, из данной массы 288 кг мы должны убрать 22%. Так как 288 кг – это 100%, то после обработки остается 100% – 22% = 78%. Переведем 78% в десятичную дробь, получим 0,78. Теперь умножим на 0,78 наши 288 кг,

получаем 224,64 кг.

Ответ: 224,64

Задание №5. В таблице дана урожайность культур, которые может засевать земледелец на своем террасированном участке. За год обычно собирают два урожая – летом и осенью. По данным таблицы посчитайте наибольшее число килограммов урожая, которое может собрать земледелец с участка за один год, если он может засевать разные культуры.

| | Рис | Кукуруза | Пшено |
|---------------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| 1-ый урожай (июнь) | 600 г/м ² | 1200 г/м ² | Не выращивают |
| 2-ой урожай (сентябрь) | 800 г/м ² | Не выращивают | 300 г/м ² |

Решение. Итак, подчеркнем в условии для себя, что нам надо найти: В таблице дана урожайность культур, которые может засевать земледелец на своем террасированном участке. За год обычно собирают два урожая – летом и осенью. По данным таблицы **посчитайте наибольшее число килограммов урожая**, которое может собрать земледелец с участка за один год, если он может засевать разные культуры.

Наибольшее число килограммов урожая летом – это урожай кукурузы, а осенью – урожай риса. Выделим это в таблице:

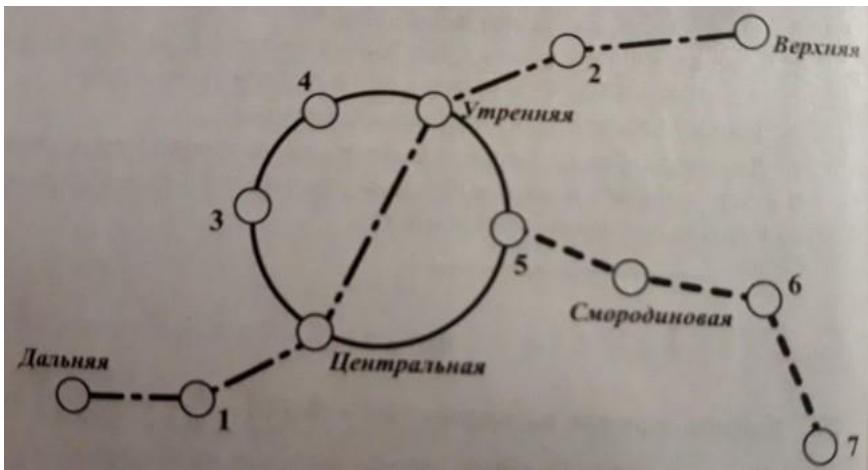
| | Рис | Кукуруза | Пшено |
|---------------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| 1-ый урожай (июнь) | 600 г/м ² | 1200 г/м ² | Не выращивают |
| 2-ой урожай (сентябрь) | 800 г/м ² | Не выращивают | 300 г/м ² |

Складываем эти два числа: $1200+800=2000$ г/м², получаем количество урожая с 1 квадратного метра в граммах. Знаем, что площадь террас равна 360 м² (мы нашли её в задании номер 3). Значит, надо 2000 умножить на 360, получим: $2000 \times 360 = 720000$ г/м². Теперь переведем наше число в килограммы, так как это требуется по условию задачи: 720000 г = 720 кг (знаем, что 1 кг = 1000 г, поэтому разделили на 1000, убрав три нуля). Наш ответ 720 кг

Ответ: 720

Задание 7. Путешествия.

На рисунке изображена схема метро в городе N. Станция Ветреная расположена между станциями Центральная и Дальняя. Если ехать по кольцевой линии (она имеет форму окружности), то можно последовательно попасть на станции Центральная, Быстрая, Утренняя, Птичья и Веселая. Радужная ветка включает в себя станции Быстрая, Смородиновая, Хоккейная и Звездная. Всего в метрополитене города N есть три станции, от которых тоннель ведет только в одну сторону – это станции Дальняя, Верхняя и Звездная. Максим живет недалеко от станции Надежда.



Задание №1. Для станций, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность четырех цифр.

| Станции | Хоккейная | Надежда | Птичья | Ветреная |
|---------|-----------|---------|--------|----------|
| Цифры | | | | |

Решение. Для того, чтобы правильно определить номера станций, необходимо при чтении информации выделять (подчеркивать) их как в тексте, так и сразу же подписывать на рисунке. Ниже показана часть текста, в которой подчеркнуты основные моменты, а также расстановка станций, которая выполняется сразу по ходу чтения текста.

Станция Ветреная расположена между станциями Центральная и Дальняя (значит, это номер 1). Если ехать по кольцевой линии (она имеет форму окружности), то можно последовательно попасть на станции Центральная, Быстрая, Утренняя (сразу видно, что двигаться надо от Центральной к Утренней, значит, Быстрая будет под номером 5), Птичья и Веселая (соответственно 4 и 3, так как двигаемся по кольцу). Радужная ветка включает в себя станции Быстрая, Смородиновая, Хоккейная и Звездная (видим эту ветку справа нижнюю, соответственно Хоккейная – номер 6, а Звездная – 7). Максим живет недалеко от станции Надежда (она под номером 2, так как осталась одна не указанная).

Теперь расставляем номера необходимых объектов в таблицу:

| Станции | Хоккейная | Надежда | Птичья | Ветреная |
|---------|-----------|---------|--------|----------|
| Цифры | 6 | 2 | 4 | 1 |

Ответ: 6241

Задание №2. Бригада меняет рельсы на участке между станциями Надежда и Верхняя протяженностью 8 км. Работы начались в понедельник. Каждый рабочий день бригада меняла по 500 метров. По субботам и воскресеньям замена рельсов не осуществлялась, но проезд был закрыт до конца всего ремонта. Сколько

дней был закрыт проезд между указанными станциями?

Решение. Для того, чтобы узнать, сколько дней был закрыт проезд, нужно узнать, сколько рабочих дней они прокладывали рельсы. По условию длина участка 8 км, переводим ее в метры, так как в 1 день меняли по 500 метров. Получаем 8000 метров. Теперь делим 8000 метров на 500 метров, получаем 16 рабочих дней трудилась бригада. Нам надо узнать, сколько дней всего был закрыт проезд, так как в выходные работ не было, а проезд был закрыт. По условию работы начались с понедельника, значит бригада работала 3

полных недели и 1 понедельник на четвертой неделе (16 дней делим на 5 рабочих в неделю, получается 3 недели и 1 остается – понедельник). После каждой недели у нас два дня выходных: 2 после первой, 2 после второй, 2 после третьей. Таким образом, 6 выходных было закрыто проезд. Значит, 16 рабочих и 6 выходных, это 22 полных дня было закрыто проезд.

Ответ: 22

Задание №3. Территория, находящаяся внутри кольцевой линии, называется Центральным городским районом. Найдите его площадь S (в квадратных километрах), если длина кольцевой ветки равна 32 км. В ответе укажите $S^*\pi$.

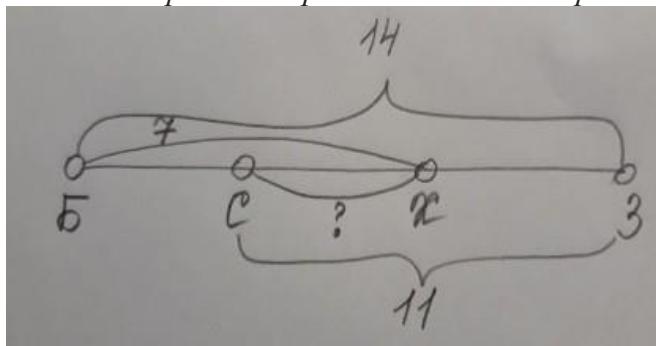
Решение. Так как известна длина кольцевой ветки, то это значит, что мы имеем длину окружности (по условию – кольцевая ветка – это окружность). Длина окружности вычисляется по формуле $2\pi R$. Значит, $2\pi R=32$. Делим обе части на 2, получаем $\pi R=16$. Находим радиус, для этого надо 16 разделить на число π . То есть $R=16/\pi$. Формула площади круга $S=\pi R^2$. Подставляем в нее вместо радиуса $16/\pi$. Получаем, что $S=\pi(16/\pi)^2$. Возводим в квадрат, получаем $S=\pi(256/\pi^2)$. Теперь сокращаем числитель и знаменатель на число π . Получается, что $S=256/\pi$.

Поскольку в задании есть указание, что в ответ надо записать $S^*\pi$, то умножая эти величины в нашей формуле $S=256/\pi$, получаем, что $S^*\pi=256$.

Ответ: 256

Задание №4. Найдите расстояние (по железной дороге) между станциями Смородиновая и Хоккейная, если длина Радужной ветки равна 14 км, расстояние от Звездной до Смородиновой 11 км, а от Быстрой до Хоккейной – 7 км. Все расстояния даны по железной дороге.

Решение. Итак, Радужная ветка – это станции Быстрая, Смородиновая, Хоккейная и Звездная. Можно для удобства сделать чертеж и обозначить на нем станции первыми буквами их названий и расставить длины. Получится вот такой рисунок, по которому можно легко определить расстояние от Смородиновой (С) до Хоккейной (Х).



Сначала из длины отрезка БЗ=14 нужно вычесть длину отрезка БХ=7, получим длину ХЗ=4. А далее из длины отрезка СЗ=11 нужно вычесть длину отрезка ХЗ=7, получим длину CX=4.

Ответ: 4

Задание №5. Школьник Максим в среднем за месяц совершает 45 поездок на метро. Для оплаты поездок можно покупать различные карточки. Стоимость одной поездки для разных видов карточек различна. По истечении месяца Максим уедет из города к бабушке в деревню и неиспользованные карточки обнулятся. Во сколько рублей обойдется самый дешевый вариант?

| Количество поездок | Стоимость одной поездки | Дополнительные условия |
|-----------------------|----------------------------|------------------------|
| | | |

| | (в рублях) | |
|----------|------------|---|
| 1 | 40 | Школьникам скидка 20% |
| 10 | 37 | Школьникам скидка 10% |
| 30 | 35 | Школьникам скидка 10% |
| 50 | 32 | Нет |
| Безлимит | — | Любое число поездок в течение месяца за 2000 рублей |

Решение. Для решения этого задания необходимы данные только из таблицы. Итак, нужно совершить 45 поездок за наименьшую стоимость. Значит, два последних варианта не подходят, так как 50 поездок – это много, деньги на карте обнуляются, а по Безлимиту в среднем приблизительно выйдет одна поездка 44 рубля ($2000 : 45$ поездок), скидки здесь не предусмотрены. Следовательно, будем составлять наборы из первых трех вариантов, а затем выбирать самый дешевый.

Для удобства надо посчитать каждый из трех вариантов, как карточку для школьника, т.е. с указанной скидкой. Затем посчитать стоимость каждой карточки полностью. Вспомним, чтобы найти количество процентов от данного числа, надо число разделить на 100 и умножить на количество процентов. Запишем это решение в таблице.

| Количество поездок | Стоимость одной поездки (в рублях) | Дополнительные условия | Стоимость 1 карточки для школьника (в рублях) |
|--------------------|------------------------------------|--|---|
| 1 | 40 | Школьникам скидка 20% | $40 - 40 : 100 * 20 = 32$ |
| 10 | 37 | Школьникам скидка 10% | $37 - 37 : 100 * 10 = 33,3$ |
| 30 | 35 | Школьникам скидка 10% | $35 - 35 : 100 * 10 = 31,5$ |
| 50 | 32 | $32 * 50 = 1600$ рублей | |
| Безлимит | — | Любое число поездок в течение месяца – 2000 рублей | |

Допустим, что можно купить из 45 карточек по 32 руб. Тогда получим, что $32 * 45 = 1440$ руб.

Допустим, что можно купить на 45 поездок: на 30 поездок, 10 поездок и пять одноразовых поездок. Рассчитаем стоимость: $31,5 * 30 + 33,3 * 10 + 32 * 5 = 1438$ руб.

Допустим, что можно купить на 30 поездок и 15 одноразовых: $31,5 * 30 + 32 * 15 = 1425$ руб.

Допустим, что можно еще купить 4 раза по 10 поездок и 5 одноразовых поездок: $33,3 * 40 + 32 * 5 = 1492$ руб.

Записываем в ответ число 1425, так как это самый дешевый вариант из всех.

Ответ: 1425

Задание 8. Автомобильное колесо.

Автомобильное колесо, как правило, представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия вшине. Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис.1). Первое число (число 195 в приведенном примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр В на рисунке 2). Второе число (65 в приведенном примере) – процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot H / B$. Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идет число, указывающее диаметр d диска колеса в дюймах (в 1 дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины. Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит внедорожники определенной модели и устанавливает на них колеса с шинами маркировки 215/65 R16.

Прочтите внимательно текст и выполните задания 1–5.



Рис. 1

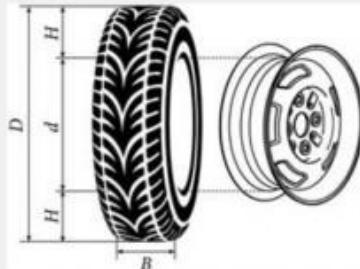


Рис. 2

Задание №1. Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешенные размеры шин.

| Ширина шины (мм) | Диаметр диска (дюймы) | | |
|---------------------|-----------------------|-------------------|--------|
| | 16 | 17 | 18 |
| 215 | 215/65 | 215/60 | — |
| 225 | 225/65; 225/60 | 225/55 | — |
| 235 | 235/60 | 235/55; 235/50 | 235/50 |

Шины какой наибольшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 17 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Решение. Смотрим по таблице на столбец, где указан диаметр диска – 17 дюймов. Движемся по столбцу вниз и просматриваем первые числа (ширину шины) в маркировках, нам надо найти наибольшую, в последней строке – это число 235. Значит наш ответ 235.

Ответ: 235

Задание №2. На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 215/55 R17 меньше, чем радиус колеса с шиной маркировки 275/50 R17?

Решение. Прежде всего мы должны понимать, что высота колеса (диаметр колеса D) состоит из высоты шины H , а их две, а также из диаметра диска . Если изобразить это в виде геометрического рисунка, то он будет выглядеть так, как показано на рисунке 2:



Рис. 2

Значит, $D=2H + d$. В данном конкретном задании о разнице радиусов, поэтому при нахождении разницы диаметров, необходимо будет разделить её на 2.

$$\text{Найдем } D_1: 2 \cdot 215 \cdot 55 / 100 + 17 \cdot 25,4 = 668,3.$$

$$\text{Аналогично, найдем } D_2: 2 \cdot 275 \cdot 50 / 100 + 17 \cdot 25,4 = 706,8.$$

Найдем разницу и поделим на 2 (так как спрашивают про разницу радиусов, а радиус равен половине диаметра): $(706,8 - 668,3) / 2 = 38,5 / 2 = 19,25$.

Замечание: если обратим внимание, что в данном конкретном задания диаметры дисков одинаковые, их можно было в расчетах не учитывать. Тогда расчеты получились бы немного короче: $(2 \cdot 275 \cdot 50 / 100 - 2 \cdot 215 \cdot 55 / 100) / 2 = 19,25$.

Ответ: 19,25

Задание №3. На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колеса, установленные на заводе, колесами с шинами маркировки 235/50 R18?

Решение. Решение данного задания будем строить по принципу задания 2 **без деления на два**, так как требуется найти разницу в **диаметрах** между шинами заводской маркировки (смотрим в условии) 215/65 R16 и шинами маркировки 235/50 R18.

$$D_1: 2 \cdot 215 \cdot 65 / 100 + 16 \cdot 25,4 = 685,9.$$

$$D_2: 2 \cdot 235 \cdot 50 / 100 + 18 \cdot 25,4 = 692,2.$$

$$\text{Найдем разницу: } 692,2 - 685,9 = 6,3.$$

Ответ: 6,3

Задание №4. Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Решение. С данными про колесо автомобиля, выходящего с завода (215/65 R16), мы встретились в задании 3. Надо найти диаметр, он найден в этом же задании 3 (смотрим D1). Это значение равно 685,9.

Ответ: 685,9

Задание №5. На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колеса, установленные на заводе, колесами с шинами маркировки 225/65 R16? Результат округлите до десятых.

Решение. Пробег автомобиля при одном обороте колеса – это длина окружности колеса. Значит, необходимо найти длину окружности, зная формулу $l=2\pi R$ (данная формула есть в справочном материале ОГЭ). Зная, что диаметр – это два радиуса, формулу можем записать короче $l=\pi D$. Значение числа π не обязательно подставлять в формулу при решении задачи, удобнее использовать буквенное выражение.

Итак, нам надо найти диаметры двух колес, затем найти длины окружностей этих колес и сравнить их в процентном отношении. С маркировкой заводского колеса мы встречались, диаметр заводского колеса равен 685,9 мм.

Аналогично найдем диаметр колеса с маркировкой 225/65 R16.

$$Д3: 2*225*65/100 + 16*25,4 = 698,9 \text{ мм.}$$

Итак, имеем две длины окружности: $l1 = 685,9\pi$ и $l2 = 698,9\pi$.

Теперь надо найти, на сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса.

Заводское колесо $685,9\pi - 100\%$

Колесо на замену $698,9\pi - x\%$

*Найдем значение x , используя правило пропорции: $698,9\pi * 100 / 685,9\pi = 101,895\dots$ При решении числа π сократились, а значение $\%$ будет приближенное. Теперь найдем разницу между длинами окружностей $101,895\% - 100\% = 1,895\%$. Округлим его, как сказано в условии – до десятых, получим $1,9\%$. Наш ответ $1,9\%$.*

Ответ: 1,9%

Задание 9. Страхование.

Каждый водитель в Российской Федерации должен быть застрахован по программе обязательного страхования гражданской ответственности (ОСАГО). Стоимость полиса получается умножением базового тарифа на несколько коэффициентов. Коэффициенты зависят от водительского стажа, мощности автомобиля, количества предыдущих страховых выплат и других факторов. Коэффициент бонус-малус (КБМ) зависит от класса водителя. Это коэффициент, понижающий или повышающий стоимость полиса в зависимости от количества ДТП в предыдущий год. Сначала водителю присваивается класс 3. Срок действия полиса, как правило, один год. Каждый последующий год класс водителя рассчитывается в зависимости от числа страховых выплат в течение истекшего года, в соответствии со следующей таблицей:

| Класс на начало годового срока страхования | Коэффициент КБМ | Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев | | | | |
|--|-----------------|--|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | | 0 страховых выплат | 1 страховая выплата | 2 страховые выплаты | 3 страховые выплаты | 4 страховые выплаты |
| M | 2,45 | 0 | M | M | M | M |
| 0 | 2,3 | 1 | M | M | M | M |
| 1 | 1,55 | 2 | M | M | M | M |
| 2 | 1,4 | 3 | 1 | M | M | M |
| 3 | 1 | 4 | 1 | M | M | M |
| 4 | 0,95 | 5 | 2 | 1 | M | M |
| 5 | 0,9 | 6 | 3 | 1 | M | M |
| 6 | 0,85 | 7 | 4 | 2 | M | M |
| 7 | 0,8 | 8 | 4 | 2 | M | M |
| 8 | 0,75 | 9 | 5 | 2 | M | M |
| 9 | 0,7 | 10 | 5 | 2 | 1 | M |
| 10 | 0,65 | 11 | 6 | 3 | 1 | M |
| 11 | 0,6 | 12 | 6 | 3 | 1 | M |
| 12 | 0,55 | 13 | 6 | 3 | 1 | M |
| 13 | 0,5 | 13 | 7 | 3 | 1 | M |

Задание №1. Павел страховал свою гражданскую ответственность три года. В течение первого года были сделаны две страховые выплаты, после этого выплат не было. Какой класс будет присвоен Павлу на начало четвёртого года страхования?

Решение. По условию задачи имеем, что всегда изначально присваивается водителю 3 класс, поэтому в начале первого года Павлу был присвоен класс 3. Начинаем работать с таблицей. Находим в 1 столбце 3 класс.

В течение первого года были сделаны две страховые выплаты, то есть это значит, что у него было два нарушения ПДД. От класса 3 двигаемся по строке горизонтально до пересечения со столбцом «2 страховые выплаты». Видно, что после двух выплат в течение первого года на начало второго года Павлу был присвоен класс M.

| Класс на начало годового срока страхования | Коэффициент КБМ | Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев | | | | |
|--|-----------------|--|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | | 0 страховых выплат | 1 страховая выплата | 2 страховые выплаты | 3 страховые выплаты | 4 страховые выплаты |
| M | 2,45 | 0 | M | M | M | M |
| 0 | 2,3 | 1 | M | M | M | M |
| 1 | 1,55 | 2 | M | M | M | M |
| 2 | 1,4 | 3 | 1 | M | M | M |
| 3 | 1 | 4 | 1 | M | M | M |
| 4 | 0,95 | 5 | 2 | 1 | M | M |
| 5 | 0,9 | 6 | 3 | 1 | M | M |
| 6 | 0,85 | 7 | 4 | 2 | M | M |
| 7 | 0,8 | 8 | 4 | 2 | M | M |
| 8 | 0,75 | 9 | 5 | 2 | M | M |
| 9 | 0,7 | 10 | 5 | 2 | 1 | M |
| 10 | 0,65 | 11 | 6 | 3 | 1 | M |
| 11 | 0,6 | 12 | 6 | 3 | 1 | M |
| 12 | 0,55 | 13 | 6 | 3 | 1 | M |
| 13 | 0,5 | 13 | 7 | 3 | 1 | M |

Теперь находим в первом столбце класс M и двигаемся от него горизонтально до пересечения со столбцом «0 страховых выплат», так как в течение второго года у него не было страховых выплат. Получается, что у него на начало 3 года 0 класс.

| Класс на начало годового срока страхования | Коэффициент КБМ | Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев | | | | |
|--|-----------------|--|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | | 0 страховых выплат | 1 страховая выплата | 2 страховые выплаты | 3 страховые выплаты | 4 страховые выплаты |
| M | 2,45 | 0 | M | M | M | M |
| 0 | 2,3 | 1 | M | M | M | M |
| 1 | 1,55 | 2 | M | M | M | M |
| 2 | 1,4 | 3 | 1 | M | M | M |
| 3 | 1 | 4 | 1 | M | M | M |
| 4 | 0,95 | 5 | 2 | 1 | M | M |
| 5 | 0,9 | 6 | 3 | 1 | M | M |
| 6 | 0,85 | 7 | 4 | 2 | M | M |
| 7 | 0,8 | 8 | 4 | 2 | M | M |
| 8 | 0,75 | 9 | 5 | 2 | M | M |
| 9 | 0,7 | 10 | 5 | 2 | 1 | M |
| 10 | 0,65 | 11 | 6 | 3 | 1 | M |
| 11 | 0,6 | 12 | 6 | 3 | 1 | M |
| 12 | 0,55 | 13 | 6 | 3 | 1 | M |
| 13 | 0,5 | 13 | 7 | 3 | 1 | M |

В течение третьего года Павел также не делал страховых выплат, следовательно, находим в таблице в 1 столбце нулевой класс и двигаемся по строке горизонтально до пересечения со столбцом «0 страховых выплат». Получаем, что на начало четвёртого года Павлу будет присвоен класс 1.

| Класс на начало годового срока страхования | Коэффициент КБМ | Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев | | | | |
|--|-----------------|--|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | | 0 страховых выплат | 1 страховая выплата | 2 страховые выплаты | 3 страховые выплаты | 4 страховые выплаты |
| M | 2,45 | 0 | M | M | M | M |
| 0 | 2,3 | 1 | M | M | M | M |
| 1 | 1,55 | 2 | M | M | M | M |
| 2 | 1,4 | 3 | 1 | M | M | M |
| 3 | 1 | 4 | 1 | M | M | M |
| 4 | 0,95 | 5 | 2 | 1 | M | M |
| 5 | 0,9 | 6 | 3 | 1 | M | M |
| 6 | 0,85 | 7 | 4 | 2 | M | M |
| 7 | 0,8 | 8 | 4 | 2 | M | M |
| 8 | 0,75 | 9 | 5 | 2 | M | M |
| 9 | 0,7 | 10 | 5 | 2 | 1 | M |
| 10 | 0,65 | 11 | 6 | 3 | 1 | M |
| 11 | 0,6 | 12 | 6 | 3 | 1 | M |
| 12 | 0,55 | 13 | 6 | 3 | 1 | M |
| 13 | 0,5 | 13 | 7 | 3 | 1 | M |

Следовательно, ответ в нашем задании – I класс.

Ответ: 1

Задание №2. Чему равен КБМ на начало четвёртого года страхования?

Решение. Начнем с того, что такое КБМ. Об этом сказано в условии задачи: КБМ – коэффициент бонус-малус, который зависит от класса водителя. Это коэффициент, понижающий или повышающий стоимость полиса в зависимости от количества ДТП в предыдущий год.

По условию мы знаем, что в начале первого года Павлу был присвоен класс 3. А по решению 1 задачи имеем: после двух выплат в течение первого года на начало второго года Павлу был присвоен класс M. Поскольку в течение второго года Павел не делал страховых выплат, на начало третьего года Павлу был присвоен класс 0. В течение третьего года Павел также не делал страховых выплат, следовательно, на начало четвёртого года Павлу будет присвоен класс 1. Работаем с таблицей, находим I класс в первом столбце и идем до пересечения со столбцом «КБМ»: КБМ на начало четвёртого года страхования равен 1,55.

| Класс на начало годового срока страхования | Коэффициент КБМ | Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев | | | | |
|--|-----------------|--|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | | 0 страховых выплат | 1 страховая выплата | 2 страховые выплаты | 3 страховые выплаты | 4 страховые выплаты |
| M | 2,45 | 0 | M | M | M | M |
| 0 | 2,3 | 1 | M | M | M | M |
| 1 | 1,55 | 2 | M | M | M | M |
| 2 | 1,4 | 3 | 1 | M | M | M |
| 3 | 1 | 4 | 1 | M | M | M |
| 4 | 0,95 | 5 | 2 | 1 | M | M |
| 5 | 0,9 | 6 | 3 | 1 | M | M |
| 6 | 0,85 | 7 | 4 | 2 | M | M |
| 7 | 0,8 | 8 | 4 | 2 | M | M |
| 8 | 0,75 | 9 | 5 | 2 | M | M |
| 9 | 0,7 | 10 | 5 | 2 | 1 | M |
| 10 | 0,65 | 11 | 6 | 3 | 1 | M |
| 11 | 0,6 | 12 | 6 | 3 | 1 | M |
| 12 | 0,55 | 13 | 6 | 3 | 1 | M |
| 13 | 0,5 | 13 | 7 | 3 | 1 | M |

Ответ: 1,55

Задача №3. Коэффициент возраста и водительского стажа (КВС) также влияет на

стоимость полиса (см. таблицу)

| Стаж, лет \ Возраст, лет | 0 | 1 | 2 | 3–4 | 5–6 | 7–9 | 10–14 | более 14 |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|-------|----------|
| 16–21 | 1,87 | 1,87 | 1,87 | 1,66 | 1,66 | | | |
| 22–24 | 1,77 | 1,77 | 1,77 | 1,04 | 1,04 | 1,04 | | |
| 25–29 | 1,77 | 1,69 | 1,63 | 1,04 | 1,04 | 1,04 | 1,01 | |
| 30–34 | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 1,04 | 1,04 | 1,01 | 0,96 | 0,96 |
| 35–39 | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,99 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 |
| 40–49 | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 |
| 50–59 | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 |
| старше 59 | 1,60 | 1,60 | 1,60 | 0,93 | 0,93 | 0,93 | 0,93 | 0,93 |

Когда Павел получил водительские права и впервые оформил полис, ему было 24 года. Чему равен КВС на начало 4-го года страхования?

Решение. Когда Павел впервые получил права и оформил полис, ему было 24 года, значит, на начало второго года ему было 25, на начало третьего – 26, а на начало 4-ого – 27 лет. Следовательно, на начало 4 года страхования он будет попадать в возрастную категорию 25–29 лет (смотрим таблицу), а его стаж будет попадать в промежуток 3–4 года. Совмещаем по таблице эти две категории и на пересечении находим, что КВС равен 1,04.

| Стаж, лет \ Возраст, лет | 0 | 1 | 2 | 3–4 | 5–6 | 7–9 | 10–14 | более 14 |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|-------|----------|
| 16–21 | 1,87 | 1,87 | 1,87 | 1,66 | 1,66 | | | |
| 22–24 | 1,77 | 1,77 | 1,77 | 1,04 | 1,04 | 1,04 | | |
| 25–29 | 1,77 | 1,69 | 1,63 | 1,04 | 1,04 | 1,04 | 1,01 | |
| 30–34 | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 1,04 | 1,04 | 1,01 | 0,96 | 0,96 |
| 35–39 | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,99 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 |
| 40–49 | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 |
| 50–59 | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 |
| старше 59 | 1,60 | 1,60 | 1,60 | 0,93 | 0,93 | 0,93 | 0,93 | 0,93 |

Ответ: 1,04

Задача №4. В начале третьего года страхования Павел заплатил за полис 18745 руб. Во сколько рублей обойдётся Павлу полис на четвёртый год, если значения других коэффициентов (кроме КБМ и КВС) не изменятся?

Решение. По условию задачи сказано, что стоимость полиса получается умножением базового тарифа на несколько коэффициентов – КБМ и КВС.

Зная, что в начале третьего года страхования Павел заплатил за полис 18745 руб., а значение базового тарифа не меняется, мы можем рассчитать стоимость страховки. Для этого нужно знать базовый тариф.

Итак, сначала найдём КБМ и КВС на начало третьего года.

По решению задачи 2 у нас известно, что на начало 3-го года Павел имел 0 класс, следовательно, по таблице — КБМ будет равен 2,3.

| Класс на начало годового срока страхования | Коэффициент КБМ | Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев | | | | |
|--|-----------------|--|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | | 0 страховых выплат | 1 страховая выплата | 2 страховые выплаты | 3 страховые выплаты | 4 страховые выплаты |
| M | 2,45 | 0 | M | M | M | M |
| 0 | 2,3 | 1 | M | M | M | M |
| 1 | 1,55 | 2 | M | M | M | M |
| 2 | 1,4 | 3 | 1 | M | M | M |
| 3 | 1 | 4 | 1 | M | M | M |
| 4 | 0,95 | 5 | 2 | 1 | M | M |
| 5 | 0,9 | 6 | 3 | 1 | M | M |
| 6 | 0,85 | 7 | 4 | 2 | M | M |
| 7 | 0,8 | 8 | 4 | 2 | M | M |
| 8 | 0,75 | 9 | 5 | 2 | M | M |
| 9 | 0,7 | 10 | 5 | 2 | 1 | M |
| 10 | 0,65 | 11 | 6 | 3 | 1 | M |
| 11 | 0,6 | 12 | 6 | 3 | 1 | M |
| 12 | 0,55 | 13 | 6 | 3 | 1 | M |
| 13 | 0,5 | 13 | 7 | 3 | 1 | M |

Дальше надо найти КВС: так как мы ищем его на начало 3-его года, то стаж водителя был 2 года, а возраст 26 лет (смотрим задачу 3), он попадает в категорию 25-29. Итак, работаем с таблицей и находим, что КВС на начало третьего года равен 1,63.

| Стаж, лет | 0 | 1 | 2 | 3-4 | 5-6 | 7-9 | 10-14 | более 14 |
|--------------|------|------|------|------|------|------|-------|----------|
| Возраст, лет | | | | | | | | |
| 16–21 | 1,87 | 1,87 | 1,87 | 1,66 | 1,66 | | | |
| 22–24 | 1,77 | 1,77 | 1,77 | 1,04 | 1,04 | 1,04 | | |
| 25–29 | 1,77 | 1,69 | 1,63 | 1,04 | 1,04 | 1,04 | 1,01 | |
| 30–34 | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 1,04 | 1,04 | 1,01 | 0,96 | 0,96 |
| 35–39 | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,99 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 |
| 40–49 | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 |
| 50–59 | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 |
| старше 59 | 1,60 | 1,60 | 1,60 | 0,93 | 0,93 | 0,93 | 0,93 | 0,93 |

Теперь, зная, что страховка была 18745 руб., КБМ равен 2,3, а КВС равен 1,63, составим уравнение: $18745 = x \cdot 2,3 \cdot 1,63$, где x – это базовый тариф.

Находим x , как неизвестный множитель, разделив 18745 на произведение $2,3 \cdot 1,63$, т.е. $x = 18745 : (2,3 \cdot 1,63) = 5000$ рублей

Теперь можно находить стоимость страховки на 4-й год.

Итак, базовый тариф равен 5000 руб., КБМ на начало четвёртого года равен 1,55 (задача 2), КВС на начало четвёртого года равен 1,04 (задача 3). Значит, на начало четвёртого года стоимость полиса равна: $5000 \cdot 1,55 \cdot 1,04 = 8060$ рублей

Ответ: 8060

Задача №5. Павел въехал на участок дороги протяжённостью 2,7 км с камерами, отслеживающими среднюю скорость движения. Ограничение скорости на

дороге — 60 км/ч. В начале и в конце участка установлены камеры, фиксирующие номер автомобиля и время проезда. По этим данным компьютер вычисляет среднюю скорость на участке. Павел въехал на участок в 11:03:16, а покинул его в 11:05:31. Нарушил

ли Павел скоростной режим? Если да, на сколько км/ч средняя скорость на данном участке была выше разрешённой?

Решение. Чтобы определить, были ли нарушения ПДД на данном участке пути, нужно знать, с какой скоростью он его проехал. Для нахождения скорости нам нужно знать время и расстояние.

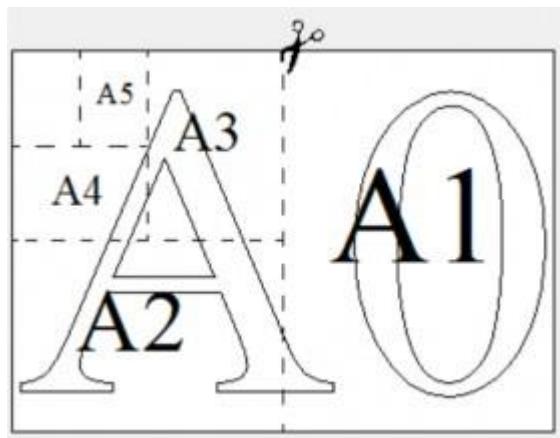
По условию задачи мы знаем, что расстояние равно 2,7 км. Вычислим время: так как на участок Павел въехал в 11:03:16, а покинул его в 11:05:31, то вычтем из 11:05:31 число 11:03:16, получим 2:15, то есть 2 минуты 15 секунд – это 135 секунд. Нам надо перевести их в часы: в 1 часе 3600 секунд, значит, $135/3600 = 3/80$.

Найдем теперь скорость, нужно разделить расстояние 2,7 км на время, т.е. на $3/80$ часа. Итак, $2,7 : 3/80 = 2710 \times 80 / 3 = 72$ км/ч. Видно, что на участке с разрешенной скоростью 60 км/ч Павел ехал со скоростью 72 км/ч. Он нарушил скоростной режим, превысив её на 12 км/ч.

Ответ: 12

Задание 10. Лист бумаги

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв.м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать так же пополам, получается два листа формата А2. И так далее.



Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранились при уменьшении или увеличении шрифта при изменении формата листа.

Задание №1. В таблице даны размеры (с точностью до мм) четырех листов, имеющих форматы А0, А1, А3 и А4.

| Номер листа | Длина (мм) | Ширина (мм) |
|-------------|------------|-------------|
| 1 | 297 | 210 |
| 2 | 420 | 297 |
| 3 | 1189 | 841 |
| 4 | 841 | 594 |

Установите соответствие между форматами и номерами листов. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырех цифр, соответствующих номерам

листов, без пробелов, запятых и дополнительных символов.

| A0 | A1 | A3 | A4 |
|----|----|----|----|
| | | | |

Решение. Из условия задачи необходимо понять, что лист наибольшего формата – это A0, а дальше по возрастанию цифры уменьшаются формат листа. Следовательно, для установления соответствия мы находим сначала самый наибольший по длине и ширине лист, это будет лист номер 3 (размеры выделены красным в таблице), вписываем его в табличку под A0; продолжаем так же, находя следующий наибольший из оставшихся – это лист под номером 4 (выделен синим), значит это A1; следующим будет лист под номером 2 (зеленый), значит это A3. Ну и самый наименьший остался (не выделен) – это номер 1, значит он и есть A4.

| A0 | A1 | A3 | A4 |
|----|----|----|----|
| 3 | 4 | 2 | 1 |

Ответ: 3421

Задание №2. Сколько листов формата А3 получится из одного листа формата А1?

Решение. Из условия задачи и рисунка к условию нужно понимать, что из листа A0 можно получить два листа формата A1, разрезав A0 пополам параллельно меньшей стороне. И так далее, разрезая листы. Нам надо узнать, сколько листов А3 получится из A1.

Значит, из A1 получаем два листа формата A2; теперь разрезаем оба листа формата A2 и получаем четыре листа формата A3.

Данную задачу можно решить другим способом, используя формулу $N=2(y-x)$, где N – это количество искомых листов, y и x – это цифровые значения форматов. В нашем случае получается, что $N = 2*(3-1) = 2*2 = 4$.

Ответ: 4

Задание №3. Найдите площадь листа формата А4. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Решение. Для нахождения площади листа А4 нужно знать длину и ширину листа данного формата. Из условия задачи номер 1 возьмем эти данные. Лист формата А4 указан под номером 1, следовательно, его размеры 297 мм (длина) и 210 мм (ширина). Так как ответ надо дать в квадратных сантиметрах, то переведем наши данные из миллиметров в сантиметры ($1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$), то есть $297 \text{ мм} = 29,7 \text{ см}$; $210 \text{ мм} = 21 \text{ см}$.

Теперь найдем площадь, зная, что лист имеет форму прямоугольника, умножим длину на ширину: $29,7 \times 21 = 623,7 \text{ кв. см}$

Ответ: 623,7

Задание №4. Найдите длину листа бумаги формата А2. Ответ дайте в миллиметрах и округлите до ближайшего целого числа, кратного 10.

Решение. Найти длину листа формата А2 можно двумя способами.

I способ: берется лист A1 и разрезается параллельно меньшей стороне, значит большей стороной A2 становится меньшая сторона листа A1, т.е. (берем размеры из задания 1) лист A1 – это 841 мм на 594 мм, следовательно, меньшая его сторона 594 мм становится длиной (большой стороной) листа A2. Округлим его до ближайшего целого числа, кратного 10. Итак, в соответствии с правилом округления, $594 \approx 600$.

II способ: Берется 2 листа формата A3 (420 мм на 297 мм) и из них составляется 1 лист формата A2, следовательно две наименьшие стороны листа A3 составят

наибольшую сторону (длину) листа А2, значит 297 умножаем на 2 и получаем 594. Дальше округляем 594 до ближайшего целого числа, кратного 10, получаем 590.

Ответ: 590

Задание №5. Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен 1/72 дюйма, то есть 0,3528 мм. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата А3 так же, как этот же текст, напечатанный шрифтом высотой 15 пунктов на листе формата А4? Размер шрифта округляется до целого.

Решение. Так как листы подобны, то отношение высот шрифтов будет таким же, как отношение длины (ширины) листов двух данных форматов.

По условию задания мы работаем с листами форматов А3 и А4. Значит, нам нужны длины этих листов, возьмем их из задания №1.

Итак, длина листа А3 равна 420 мм, листа А4 – 297 мм. Высота шрифта на формате А3 по условию не известна, а высота шрифта на листе А4 равна по условию 15 пунктов (мы привыкли называть это размером шрифта).

Можно составить краткую запись для более удобного нахождения решения:

A3 – 420 мм – x пунктов

A4 – 297 мм – 15 пунктов

Отсюда можно составить пропорцию: $420:297=x:15$; откуда $x=420 \times 15 / 297 = 21,2 \dots \approx 21$ (в условии сказано, что размер шрифта нужно округлить до целого).

Для проверки можно прикинуть, что раз лист А3 больше, чем лист А4, значит и шрифт на нем должен быть больше, что у нас и получилось, так как 21 больше 15.

Для решения данной задачи можно использовать не только длину листов, но и их ширину.

Так, например, в нашем случае:

A3 – 297 мм – x пунктов A4 – 210 мм – 15 пунктов

Отсюда можно составить пропорцию: $297:210=x:15$; откуда $x=297 \times 15 / 210 = 21,2 \dots \approx 21$ (в условии сказано, что размер шрифта нужно округлить до целого).

Видно, что результат получился одинаковый. **Ответ: 21**

Общие советы и рекомендации к данному виду задач:

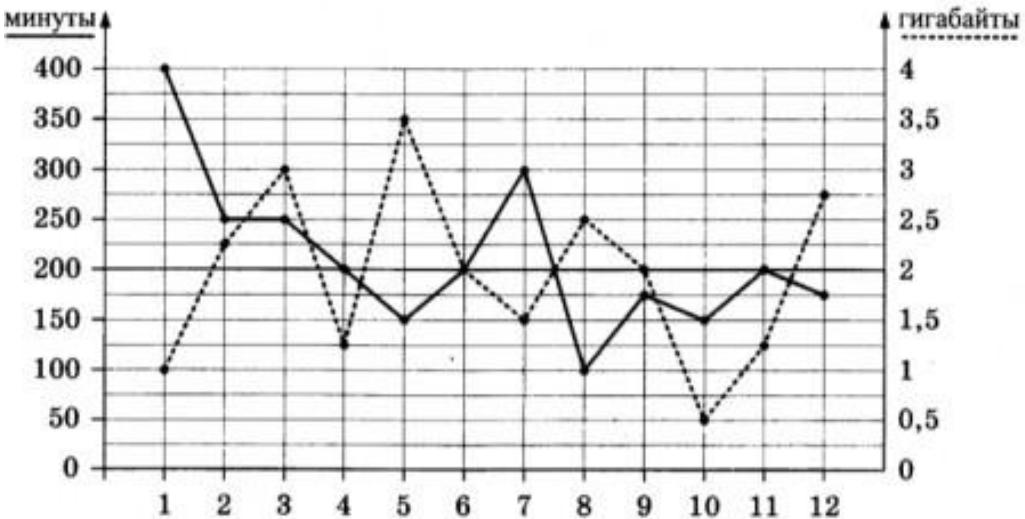
✓ Не нужно пугаться самого условия заданий, надо помнить, что просто самый большой лист – это лист формата А0 (в привычном для нас виде – это обычный «ватман»), а дальше он разрезается и из него получаются листы меньшего формата, а числовые значения увеличиваются, т.е. А1, А2, А3 и так далее.

✓ Если при решении задачи нахождение количества листов не вспомнили формулу, то просто рисуем листы и «режем» их на своих рисунках, результат будет одинаковый!

✓ Условие задания 5 дается нам для общего развития, самое главное в нём – это размер шрифта (пункты) и необходимые для решения форматы листов. А составление пропорции – это просто, главное – не ошибиться в отношении, то есть – большего к большему или меньшего к меньшему!

Задание 11. Телефонный тариф

На графике точками изображено количество минут, потраченных на исходящие вызовы, и количество гигабайтов мобильного интернета, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном за каждый месяц 2018 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.



В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составила 200 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа входит:

- пакет минут, включающий 200 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;
- пакет интернета, включающий 2 гигабайта мобильного интернета; пакет СМС, включающий 90 СМС в месяц;
- безлимитные бесплатные входящие вызовы.

Стоимость минут, интернета и СМС сверх пакета указана в таблице:

| | |
|---|---------------------|
| Исходящие вызовы | 2 рубля/минута |
| Мобильный интернет: дополнительные пакеты по 0,5 Гб | 150 рублей за пакет |
| СМС | 2 рубля/штука |

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге и не звонил на номера, зарегистрированные за рубежом. За весь год абонент отправил 50 СМС.

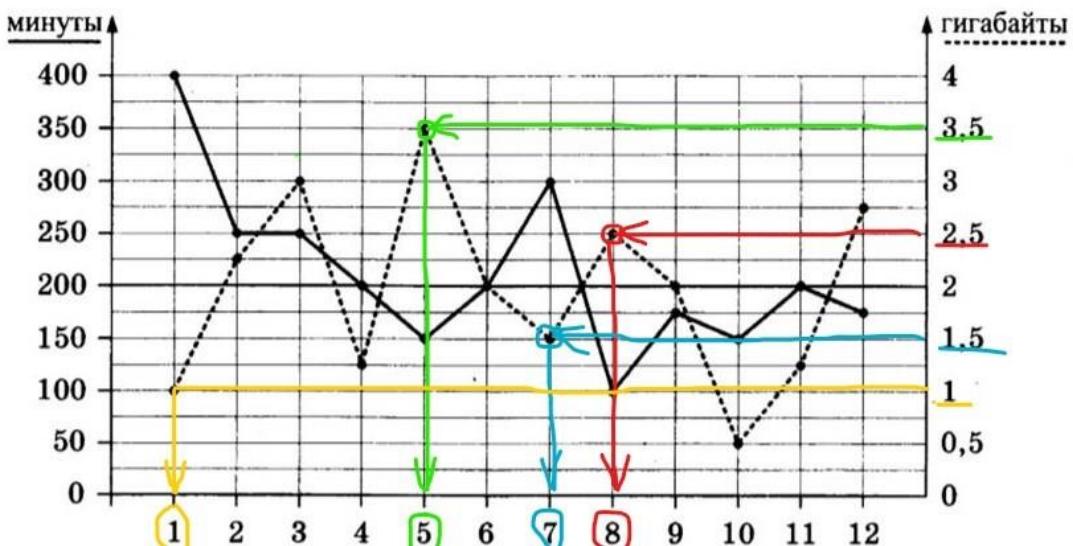
Задание №1. Определите, какие месяцы соответствуют указанному в таблице количеству израсходованных гигабайтов.

| | | | | |
|---------------------------|--------|--------|--------|------|
| Израсходованные гигабайты | 2,5 Гб | 1,5 Гб | 3,5 Гб | 1 Гб |
| Номер месяца | | | | |

Заполните таблицу, в ответ запишите подряд числа, соответствующие номерам месяцев, без пробелов, запятых и других дополнительных символов (например, для месяцев июнь, сентябрь, ноябрь и декабрь в ответ нужно записать число 691112).

Решение. Рассматривая график, мы видим, что израсходованные гигабайты соединены пунктиром и получена ломаная линия. Чтобы найти, в каком месяце абонент израсходовал 2,5 Гб, надо от числа 2,5, расположенного на вертикальной оси справа, провести линию до пересечения с точкой на пунктирной ломаной.

«Встреча» с точкой произойдет напротив числа 8, которое обозначает август месяц. Так проделываем с каждым заданным в таблице числом. Этот поиск чисел выделен разными цветами на графике ниже.



Таким образом, в таблицу 1 задания мы должны вписать числа, соответствующие месяцам:

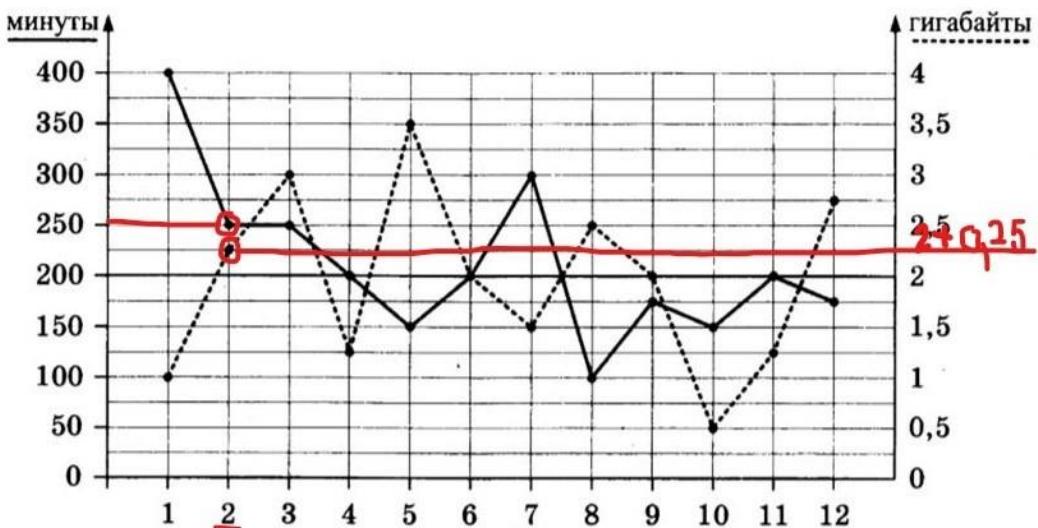
| | | | | |
|---------------------------|--------|--------|--------|------|
| Израсходованные гигабайты | 2,5 Гб | 1,5 Гб | 3,5 Гб | 1 Гб |
| Номер месяца | 8 | 7 | 5 | 1 |

Ответ: 8751

Задание №2. Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в феврале?

Решение. Для ответа на данный вопрос необходимо найти на графике февраль (месяц 2) и определить все виды переплат, если таковые были.

По условию задачи абонент может использовать 200 минут исходящих и 2 Гб интернета, это всё входит в его абонентскую плату 200 рублей (на графике в условии это жирная черная линия, она будет нашим ориентиром). Выделим на графике февраль, затем точки этого месяца, которые показывают количество минут и количество Гб.



Определим «лишнее» количество исходящих минут. Горизонтальная, выделенная жирным линия, показывает тарифный план абонента. Всё, что выше этой линии, это за дополнительную плату. На столбце слева видно, что вместо 200 минут, он потратил 250 минут, значит, 50 минут у него сверх тарифа. Знаем по условию, что каждая дополнительная минута стоит 2 рубля, находим, что он заплатит за 50 минут 100 рублей: $2\text{руб} \times 50 \text{ мин} = 100 \text{ руб.}$

Теперь находим, какое количество Гб абонент истратил сверх тарифа. Справа на вертикальной линии показано, что абонент сверх тарифа истратил 0,25 Гб (по шкале

слева видно, что 1 деление – это $0,25 \text{ Гб}$, так как это половина от $0,5 \text{ Гб}$). По условию знаем, что сверх тарифа пакеты по $0,5 \text{ Гб}$ продаются по цене 150 руб./пакет. Также надо понимать, что меньшие пакета нам не продадут, поэтому для $0,25 \text{ Гб}$ нам надо купить 1 полный пакет стоимостью 150 рублей.

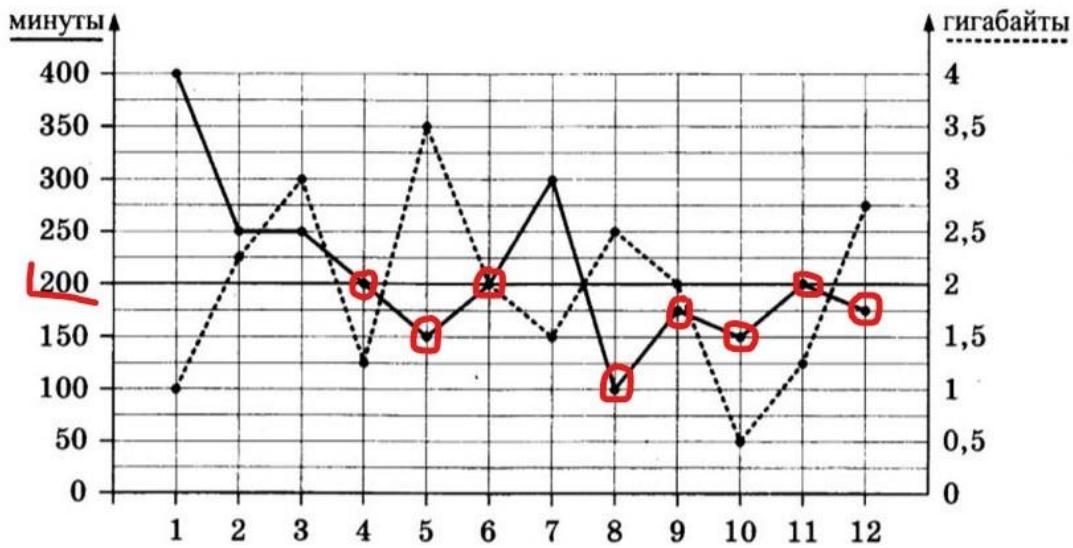
Каждый месяц абонент оплачивает фиксированную стоимость тарифа, это 200 рублей.

После того, как мы знаем, что в феврале переплата за звонки 100 руб., переплата за гигабайты 150 руб., абонентская плата 200 руб., найдем сколько рублей потрачено на услуги связи в феврале: $100+150+200=450$ рублей.

Ответ: 450

Задание №3. Сколько месяцев в 2018 году абонент не превышал лимит по пакету исходящих минут?

Решение. Работаем с графиком. Надо определить, сколько месяцев НЕ превышал, то есть звонки были на уровне 200 минут или ниже. На графике такие звонки (точки на жирной линии) выделены красным цветом. Это были такие месяцы: апрель, май, июнь, август, сентябрь, октябрь, ноябрь, декабрь. Получилось, что 8 месяцев абонент не превышал лимит по пакету исходящих вызовов.



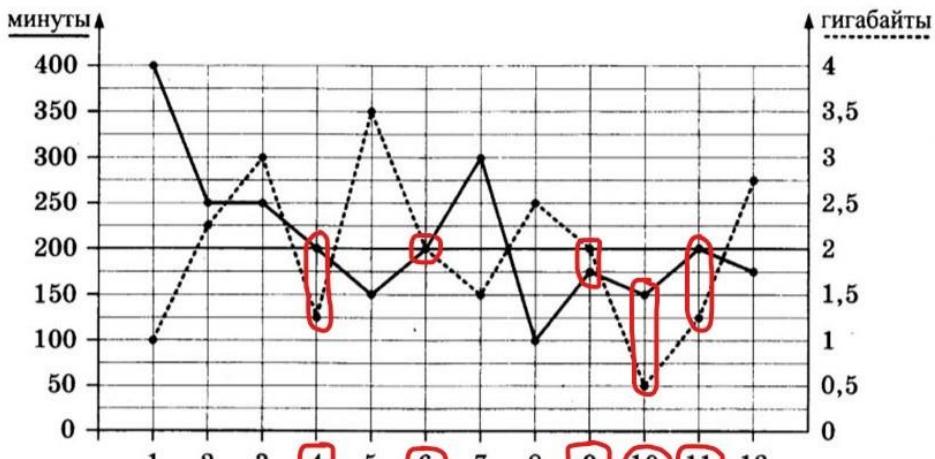
Ответ: 8

Задание №4. Сколько месяцев в 2018 году абонент не превышал лимит ни по пакету минут, ни по пакету мобильного интернета?

Решение. Работаем с графиком. Надо определить, сколько месяцев НЕ превышал по двум видам связи – звонки и интернет одновременно, то есть звонки были на уровне 200 минут или ниже, интернет на уровне 2Гб или ниже.

На графике такие минуты и гигабайты выделены красным цветом.

Это были такие месяцы: апрель, июнь, сентябрь, октябрь, ноябрь. Получилось, что 5 месяцев абонент не превышал лимит ни по пакету исходящих вызовов, ни по пакету мобильного интернета.



Ответ: 5

Задание №5. В конце 2018 года оператор связи предложил абоненту перейти на новый тариф, условия которого приведены в таблице.

| | |
|--|-------------------|
| Стоимость перехода на тариф | 0 руб. |
| Абонентская плата в месяц | 350 руб. |
| В абонентскую плату ежемесячно включены: | |
| Пакет исходящих минут | 300 минут |
| Пакет мобильного интернета | 3,5 Гб |
| Пакет СМС | 80 СМС |
| После расходования пакетов: | |
| Входящие вызовы | 0 руб. |
| Исходящие вызовы* | 1,5 руб./минута |
| Мобильный интернет: | 110 руб. за пакет |
| дополнительные пакеты по 0,5 Гб | |
| СМС | 3 руб./штука |

*исходящие вызовы на номера, зарегистрированные в РФ

Абонент решает, перейти ли ему на новый тариф, посчитав, сколько бы он потратил на услуги связи за 2018 г, если бы пользовался им. Если получится меньше, чем он потратил фактически за 2018 г, то абонент примет решение сменить тариф.

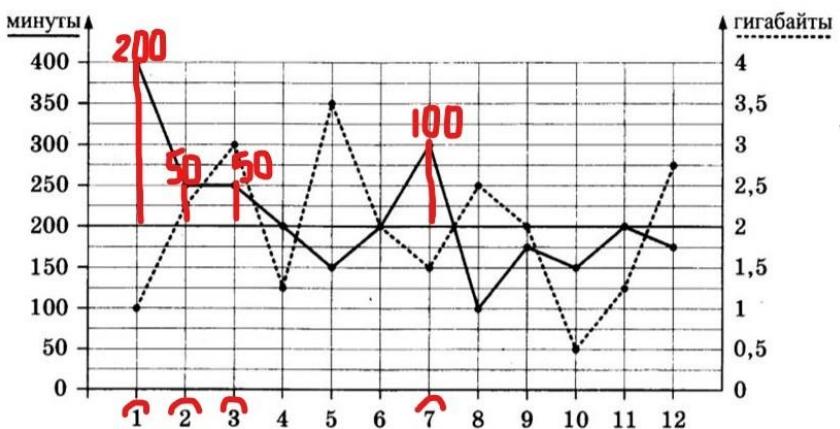
Перейдет ли абонент на новый тариф? В ответе запишите ежемесячную плату по тарифу, который абонент выберет на 2019 год.

Решение. Условие 5 задания нам покажется большим, но суть его состоит в том, чтобы определить, перейдет абонент на новый тариф или нет. Для этого надо сравнить старый и новый тарифы, просчитав плату по ним по графику 2018 года.

Тариф «Стандартный» (назовем его старый тариф). Знаем, что абонент ежемесячно платит за него 200 руб. Таким образом, в год он оплачивает по пакету $200 \text{ руб.} \times 12 \text{ месяцев} = 2400 \text{ рублей}$.

Кроме этого, абонент иногда покупал дополнительные минуты и пакеты интернета. Их нам предстоит обсчитать.

Начнем с минут, работа идет по графику. Красными столбцами показано количество минут, за которые идет дополнительная плата, наверху такого столбца написано, сколько минут было куплено дополнительно (разница между 200 минутами по тарифу и фактическим числом минут).



Теперь сложим все дополнительные минуты: $200+50+50+100$, получим 400 минут. Знаем по условию, что 1 дополнительная минута старого тарифа стоит 2 рубля, умножим 400 на 2, получим 800 рублей.

Итак, 800 рублей — это оплата за дополнительные минуты сверх пакета.

Аналогично обсчитаем мобильный интернет, выделяя на графике дополнительно купленные пакеты.

Помним, что 1 пакет — это 0,5 Гб, на графике это 2 деления. Обводим месяцы, в которых ему пришлось купить дополнительные пакеты: февраль, март, май, август, декабрь. Подписываем над каждым столбцом, сколько пакетов ему пришлось купить (помним, что неполный пакет не продадут). Теперь складываем количество купленных пакетов за год: $1+2+3+1+2$, получается, что он купил 9 пакетов, каждый из которых стоил 150 рублей (сказано в условии).

Значит надо: $150 \text{ руб.} \times 9 \text{ пакет} = 1350 \text{ рублей его переплата за мобильный интернет}$.

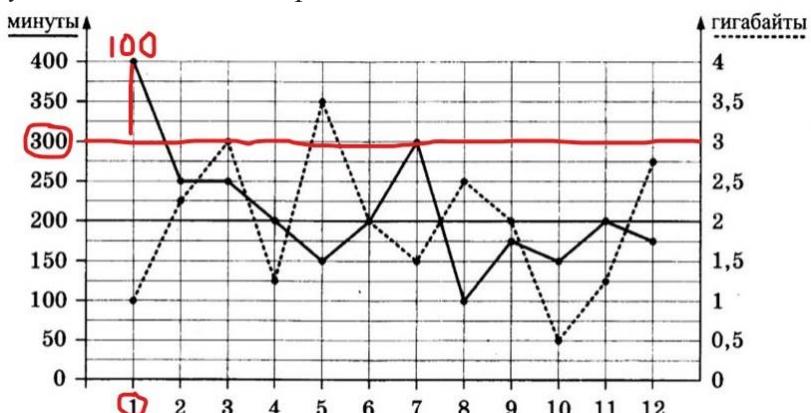
Теперь надо сложить все полученные за год суммы: 2400 руб. (аб.плата) + 800 руб. (минуты) + 1350 руб. (за ГБ). Получится сумма 4550 руб. Столько абонент потратил за 2018 год по тарифу «Стандартный».

Теперь необходимо провести аналогичные операции по расчетам оплаты по новому тарифу, который предложили абоненту.

Итак, его ежемесячная абонентская плата составит 350 рублей, следовательно за 12 месяцев он заплатит $350 \text{ руб.} \times 12 \text{ мес.} = 4200 \text{ рублей}$.

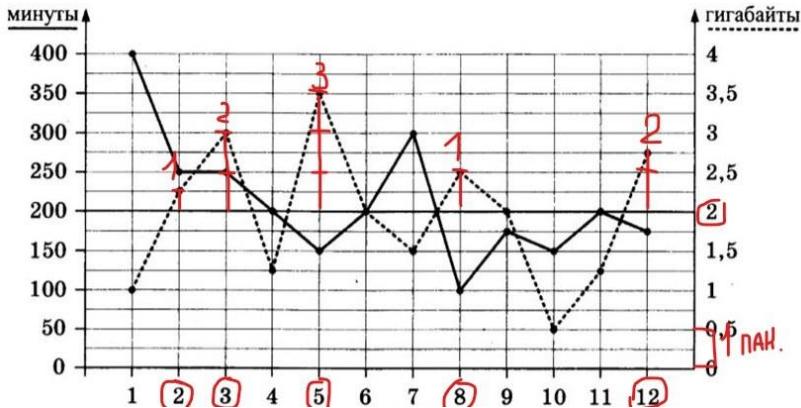
Теперь надо рассмотреть по графику, потребовалось бы ему по новому тарифу дополнительные минуты или пакеты интернета. Помним, что в новый тариф входит 300 минут и 3,5 Гб мобильного интернета.

Начнем рассматривать с минут. Проведем новую линию на графике от левого столбца (минуты), теперь она наша ориентир. Теперь видно, что дополнительные минуты требуются только в январе, их количество — 100.



Значит, дополнительные 100 минут требуются только в январе. Рассчитаем их стоимость, зная по условию 5 задания, что дополнительная минута стоит 1,5 рубля: $1,5 \text{ руб.} \times 100 \text{ минут} = 150 \text{ рублей}$.

Теперь необходимо определить, понадобились бы ему дополнительные пакеты интернета. По условию теперь 3,5 Гб входит в абонентскую плату. Поработаем с графиком. Проведем линию от 3,5 Гб (на оси слева), теперь она наш новый ориентир. Глядя на него, видно, что дополнительные гигабайты ему не понадобились.



Теперь надо сложить все полученные за год суммы: 4200 руб. (аб. плата) + 150 руб. (минуты). Получится сумма 4350 руб. Столько абонент потратил бы за 2018 год по новому тарифу, который ему предложили.

Теперь сравниваем годовую стоимость по двум тарифам:

«Стандартный» — 4550 руб., новый — 4350 руб. Получается, что по новому тарифу оплата дешевле. Значит, абонент перейдет на новый тариф.

Обратим внимание на то, что требуется записать в ответ: «В ответе запишите ежемесячную плату по тарифу, который абонент выберет на 2019 год». Так как абонент выбрал новый тариф, абонентская плата по которому 350 рублей, то и в ответ мы запишем число 350.

Ответ: 350

Общие советы и рекомендации по данному виду задач:

- ✓ Не нужно бояться большого условия. Мы все пользуемся мобильной связью, оплачиваем иногда дополнительные минуты и гигабайты, но не задумываемся над расчетами, а именно их мы будем выполнять. Это может пригодиться нам в жизни.
- ✓ При чтении задачи выделяйте главное — стоимость основного пакета и что в него входит, а затем всё, что покупается сверх пакета и стоимость.
- ✓ Помним, что на графике минуты — это черная жирная линия, а гигабайты — это пунктиру. Работать надо только с жирными точками, стоящими на этих линиях.
- ✓ Помним, что пакеты интернета не делятся на части, их не продают «по кусочкам», как минуты.
- ✓ Выполняя расчеты за месяц или за год, не забываем про ежемесячную абонентскую плату.
- ✓ Перед тем, как записать ответ к заданию, еще раз внимательно прочитайте, что именно требуется записать.

Задание 12. Зонт.

Два друга Петя и Вася задумались о том, как рассчитать площадь поверхности зонта. На первый взгляд зонт кажется круглым, а его купол напоминает часть сферы (сферический сегмент). Но если присмотреться, то видно, что купол зонта состоит из восьми отдельных клиньев, натянутых на каркас из восьми спиц (рисунок 1). Сферическая форма в раскрытом состоянии достигается за счет гибкости спиц и эластичности ткани, из которой изготовлен зонт.

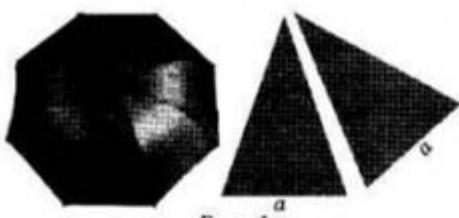
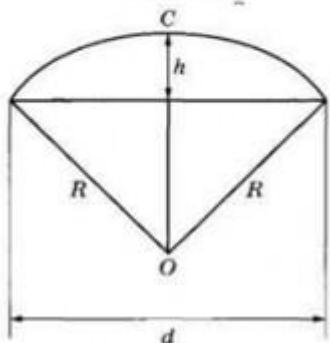


Рис. 1



Петя и Вася сумели измерить расстояние между концами соседних спиц (а). Оно оказалось равно 38 см. Высота купола зонта h (рисунок 2) оказалась равна 25 см, а расстояние d между концами спиц, образующих дугу окружности, проходящей через вершину зонта, — ровно 100 см.

Задание №1. Длина зонта в сложенном виде равна 25 см и складывается из длины ручки (рисунок 3) и трети длины спицы (зонт в три сложения). Найдите длину спицы, если длина ручки зонта равна 6,2 см.

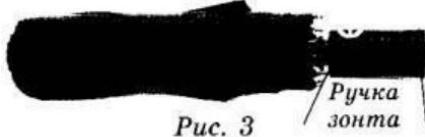


Рис. 3

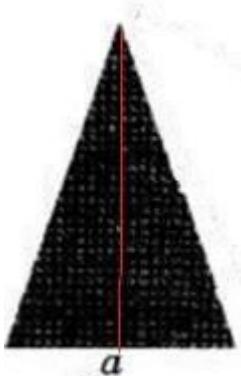
Решение. Так как длина зонта складывается из длины ручки и трети длины спицы, то можно найти третью длины спицы: $25 - 6,2 = 18,8$ (см).

Так как это третья, то всю длины спицы можно найти, умножив данное число на 3: $18,8 \times 3 = 56,4$ (см) — длина спицы.

Ответ: 56,4

Задание №2. Поскольку зонт сшит из треугольников, рассуждал Петя, площадь его поверхности можно найти как сумму площадей треугольников. Вычислите площадь поверхности зонта методом Пети, если высота каждого равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, равна 53,1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах с округлением до десятков.

Решение. Для нахождения площади поверхности зонта надо знать площадь каждого треугольника (клина), так как из них состоит поверхность зонта.



На рисунке в условии задачи мы видим равнобедренный треугольник, у которого длина стороны $a=38$ см. Для нахождения площади треугольника нам нужны сторона и высота, проведенная к ней. Высота (выделена красным) по условию равна 53,1 см.

Теперь воспользуемся формулой площади треугольника (она есть в справочном материале) $S=a*h/2=38*53,1/2=1008,9$.

Знаем, что всего таких треугольников 8, найдем площадь всей поверхности: $1008,9*8=8071,2$ см². Так как ответ нужно дать с округлением до десятков, то получим, что $8071,2 \approx 8070$.

Ответ: 8070

Задание №3. Вася предположил, что купол зонта имеет форму сферического сегмента. Вычислите радиус R сферы купола, зная, что $OC = R$ (рис. 2). Ответ дайте в сантиметрах.

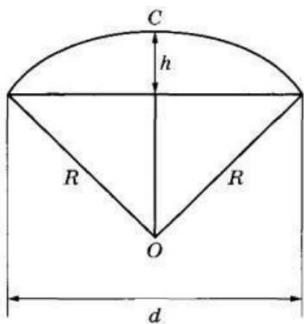
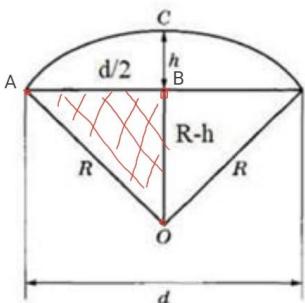


Рис. 2

Решение. Обратимся к рисунку №2, чтобы увидеть, чем конкретно является радиус сферы купола на нём.



Сделаем на рисунке дополнительные обозначения: точки A и B . Получим прямоугольный треугольник AOB , у которого гипотенуза $AO=R$ по условию, катет $AB=d/2$, тогда катет $OB=OC-CB$, то есть $OB=R-h$.

Теперь по теореме Пифагора (в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов) составим равенство: $AO^2=AB^2+OB^2$; подставим наши данные:

$$R^2=(d/2)^2+(R-h)^2$$

Упростим наше выражение, подставим в него значения из условия задачи ($h = 25$, $d =$

100):

$$R^2 = d^2/4 + R^2 - 2Rh + h^2 \text{ (возвели в квадрат; использовали формулу сокращенного умножения } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2)$$

$$R^2 = 10024 + R^2 - 2R \times 25 + 25^2 \text{ (подставили числовые значения)}$$

$$R^2 = 2500 + R^2 - 50R + 625 \text{ (взаимно уничтожили } R^2 \text{ и перенесли } 50R \text{ в левую часть)}$$
$$50R = 3125$$

$$R = 3125/50 = 62,5$$

Ответ: 62,5

Задание №4. Вася нашёл площадь купола зонта как площадь поверхности сферического сегмента по формуле $S = 2\pi * R * h$, где R — радиус сферы, а h — высота сегмента. Рассчитайте площадь поверхности купола способом Васи. Число π округлите до 3,14. Ответ дайте в квадратных сантиметрах с округлением до целого.

Решение. Для решения данной задачи у нас есть всё в её условии — формула $S = 2\pi * R * h$ и данные для того, чтобы подставить в эту формулу. Так, радиус мы нашли в задании 3 (62,5); высота известна по условию, она равна 25, число π берем как 3,14.

$$S = 2 \times 3,14 \times 62,5 \times 25 = 9812,5$$

Так как надо ответ округлить до целого, то $9812,5 \approx 9813$ **Ответ: 9813**

Задание №5. Рулон ткани имеет длину 35 м и ширину 80 см. На фабрике из этого рулона были вырезаны треугольные клинья для 29 зонтов, таких же, как зонт, который был у Пети и Васи. Каждый треугольник с учётом припуска на швы имеет площадь 1050 кв. см. Оставшаяся ткань пошла в обрезки. Сколько процентов ткани рулона пошло на обрезки?

Решение. Рассмотрим, в чем же смысл данного задания. У нас есть рулон ткани, из которой шьют зонты, отрезая необходимое количество. И, конечно же, от рулона ткани останутся обрезки. Требуется найти, сколько процентов ткани такого рулона пошло на эти обрезки.

Начнем с рулона: известна длина и ширина, следовательно, можно найти площадь всего этого рулона, т.е. $3500 \times 80 = 280000 \text{ см}^2$. Обратите внимание, что мы взяли 35 м = 3500 см.

Теперь будем «шить» зонты, у нас их 29 штук по условию задания. Каждый зонт состоит из 8 клиньев-треугольников, то есть всего таких клиньев нам понадобится $8 \times 29 = 232$ штуки. Зная, по условию задания, что на 1 клин-треугольник требуется 1050 см^2 ткани, найдем, сколько её понадобится на наши 232 клина: $232 \times 1050 = 243600 \text{ см}^2$.

Теперь из общей площади нашего рулона ткани вычтем площадь ткани для зонтов:

$280000 - 243600 = 36400 \text{ см}^2$, это столько ткани-обрезков. Осталось ответить на вопрос задания — сколько процентов ткани рулона пошло в обрезки? Для этого данное число разделим на общую площадь ткани в рулоне и не забудем умножить на 100, так как находим ответ в процентах: $36400 / 280000 \times 100 = 13\%$

Ответ: 13%

Задание 12. Дачный участок

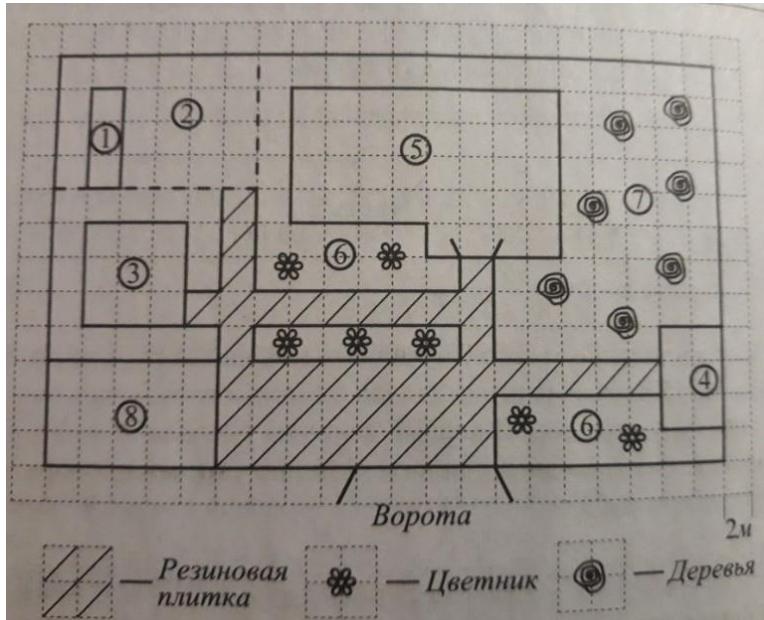
На плане изображен загородный дачный участок садоводства «Товарищество», Улица Виноградная, 45. (Сторона каждой клетки на плане равна 2м) Участок имеет прямоугольную форму. Въезд и выезд осуществляется через единственные ворота. При въезде на участок слева от ворот находится гараж, а справа — баня, отмеченная цифрой 4.

Площадь, занятая гаражом, равна 60 кв.м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеются квадратный бассейн, расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Справа от жилого дома имеются посадки фруктовых деревьев:

яблоневых, вишневых, абрикосовых, грушевых.

Перед жилым домом и рядом с баней разбиты клумбы с цветами. Перед домом растут розы, а рядом с баней – гладиолусы. Перед гаражом имеется площадка, вымощенная резиновой плиткой размером $2\text{м} \times 2\text{м}$. Все дорожки внутри участка имеют ширину 2м и вымощены такой же плиткой.

К домохозяйству подведены электричество и вода. Имеется магистральное газоснабжение.



Задание №1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность четырех цифр.

| Объекты | Жилой дом | Бассейн | Гараж | Теплица |
|---------|-----------|---------|-------|---------|
| Цифры | | | | |

Решение. Для того, чтобы правильно определить номера объектов, необходимо при чтении информации выделять (подчеркивать) их как в тексте, так и сразу же подписывать в план-схеме. Ниже показана часть текста, в которой подчеркнуты основные моменты:

«При въезде на участок слева от ворот находится гараж, а справа – баня, отмеченная цифрой 4.

Площадь, занятая гаражом, равна 60 кв.м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеются квадратный бассейн, расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Справа от жилого дома имеются посадки фруктовых деревьев: яблоневых, вишневых, абрикосовых, грушевых. Перед жилым домом и рядом с баней разбиты клумбы с цветами. Перед домом растут розы, а рядом с баней – гладиолусы».

Все эти объекты подписываем на схеме. Таким образом, получаем:

| | |
|---|-----------------------|
| 1 | Теплица |
| 2 | Огород |
| 3 | Бассейн |
| 4 | Баня |
| 5 | Дом |
| 6 | Клумба с гладиолусами |
| 7 | Деревья |

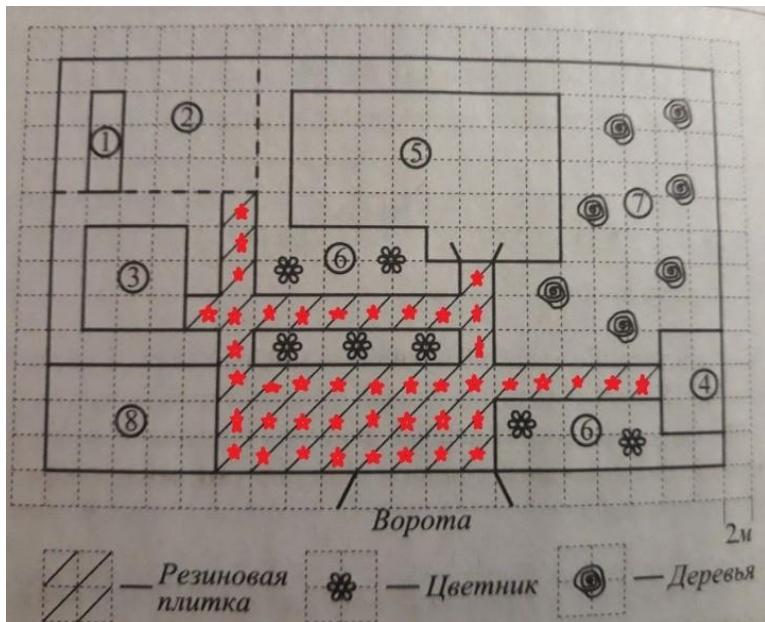
Теперь расставляем номера необходимых объектов в таблицу:

| Объекты | Жилой дом | Бассейн | Гараж | Теплица |
|---------|-----------|---------|-------|---------|
| Цифры | 5 | 3 | 8 | 1 |

Ответ: 5381

Задание №2. Резиновая плитка продается в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось купить, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Решение. Для того, чтобы узнать, какое количество упаковок нужно купить, надо посчитать количество резиновых плиток на схеме. В данном конкретном задании размер клетки и размер плитки одинаков: $2\text{ м} \times 2\text{ м}$. Под схемой показано, как она обозначена. Это количество небольшое, поэтому просто считаем клеточки на схеме. Отметим их красной звездочкой.

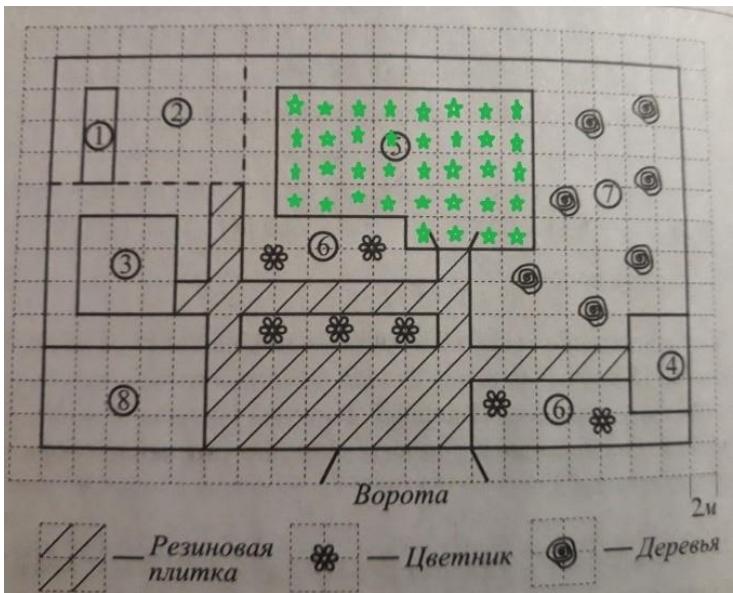


В данном случае их 44. Зная, что в 1 упаковке их 4 штуки, разделим 44 на 4 и получим 11 упаковок. Значит, наш ответ 11. Записываем его в бланк.

Ответ: 11

Задание №3. Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Дом – это объект под номером 5. Для нахождения площади нам необходимо знать сторону каждой клетки на плане. **Сторона каждой клетки на плане равна 2 м.** Если сторона одной клетки 2 метра, то ее площадь $2 \times 2 = 4$ квадратных метра. Считаем количество клеток в доме и умножаем его на 4.

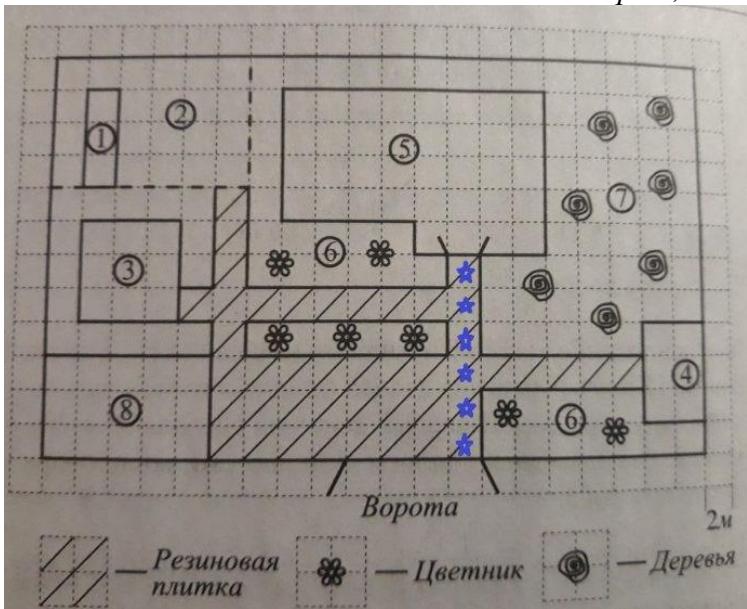


Количество клеток равно 36 (отмечены зелеными звездочками). Умножаем 36 на 4, получаем 144. Значит 144 квадратных метра – площадь дома.

Ответ: 144

Задание №4. Найдите наименьшее расстояние (в метрах) от жилого дома до входных ворот.

Решение. Наименьшее расстояние – это всегда прямо от одного объекта до другого. Считаем количество клеток от объекта 5 до ворот, их 6 (выделены синими звездами).



Помним, что сторона клетки по условию – 2 метра, значит, 6 умножаем на 2 и получаем 12 метров.

Ответ: 12.

Задание №5. Хозяин планирует устроить в жилом доме зимнее отопление. Он рассматривает два варианта: газовое или электрическое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимость даны в таблице.

| | Нагреватель (котел) | Прочее оборудование и монтаж | Средний расход газа/средняя мощность | Стоимость газа/электроэнергии |
|-------------------|---------------------|------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| Газовое отопление | 25 тыс. руб. | 20 000 руб. | 1,4 куб. м/ч | 4,5 руб./куб.м |
| Электроотопление | 22 тыс. руб. | 16 520 руб. | 5,5 кВт | 3,6 руб./(кВт.ч) |

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование.

Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления?

Решение. Для решения этого задания необходимы данные только из таблицы. Рассматриваем сначала стоимость каждого оборудования в отдельности:

$25\ 000 + 20\ 000 = 45\ 000$ рублей – стоит оборудование для газового отопления

$22\ 000 + 16\ 520 = 38\ 520$ рублей – стоит оборудование для электрического отопления

Теперь находим разницу в стоимости, так как в вопросе конкретно указано, что это надо найти: **компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления.**

$45\ 000 - 38\ 520 = 6480$ рублей разница в стоимости установки

Дальше высчитываем стоимость потребления газа и электричества по указанным в таблице данным:

1,4 умножаем на 4,5 и получаем 6,3 рубля — стоимость потребления газа в час.

5,5 умножаем на 3,6 и получаем 19,8 рублей — стоимость потребления электроэнергии в час.

Теперь также находим разницу в стоимости между ними, то есть сколько сэкономит хозяин при установке газового оборудования: $19,8 - 6,3 = 13,5$ рублей в час.

Чтобы ответить на главный вопрос задания (через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления?), нужно разницу в стоимости установки разделить на разницу в стоимости потребления:

$6480 / 13,5 = 480$ часов.

Ответ: 480.

Анкета №1.

Ответьте, пожалуйста, на предлагаемые вопросы

1. Что такое кулинария?

2. Кто такой повар?

3. Умеешь ли ты готовить, если да, то какие блюда?

4. Чего ты ожидаешь от обучения по данной программе?

5. Что пожелаешь себе на будущее?

Анкета №2.

Ответьте, пожалуйста, на предлагаемые вопросы

1. Что такое кулинария?

2. Кто такой повар?

3. Умеешь ли ты готовить, если да, то какие блюда?

4. Что ты получил от обучения по данной программе?

5. Что пожелаешь себе и нам на будущее?
